



# Matériaux composites à renfort végétal pour l'amélioration des performances de systèmes robotiques

Anh Vu Nguyen

## ► To cite this version:

Anh Vu Nguyen. Matériaux composites à renfort végétal pour l'amélioration des performances de systèmes robotiques. Autre. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2015. Français. <NNT : 2015CLF22606>. <tel-01276672>

**HAL Id: tel-01276672**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01276672>**

Submitted on 19 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 2606  
EDSPI : 711

**UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL – CLERMONT II**

**ÉCOLE DOCTORALE  
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT FERRAND**

**THÈSE**

Présentée par

**Anh Vu NGUYEN**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR D'UNIVERSITÉ**

**Spécialité : Génie Mécanique**

---

**Matériaux composites à renfort végétal pour  
l'amélioration des performances de systèmes  
robotiques**

---

Soutenue publiquement en 21 octobre 2015 devant le jury :

<b>M. Pierre OUAGNE</b> , Maître de conférences HDR, Université Orléans	Rapporteur
<b>M. Pierre RENAUD</b> , Professeur des Universités, INSA Strasbourg	Rapporteur
<b>M. Olivier POLIT</b> , Professeur des Universités, Paris 10	Examineur
<b>Mme Karine CHARLET</b> , Maître de conférences, IFMA	Co-encadrante
<b>M. B. Chedli BOUZGARROU</b> , Maître de conférences, IFMA	Co-encadrant
<b>M. Alexis BEAKOU</b> , Professeur des Universités, IFMA	Directeur de thèse

Institut Pascal UMR CNRS 6602 UBP/CNRS/IFMA



---

---

# Remerciements

Tout d'abord, je tiens à exprimer mes profondes gratitude à Monsieur Alexis BEAKOU, Professeur des Universités à l'Institut Français de Mécanique Avancée (IFMA), de la confiance qu'il a eue à mon égard pour avoir accepté de diriger cette thèse du début à la fin. Durant ces trois années de thèse, il m'a beaucoup aidé aussi bien techniquement que personnellement. Malgré toutes ses responsabilités quotidiennes, il a su faire preuve de disponibilité et de patience.

J'exprime toutes mes sincères reconnaissances à mes co-encadrants Monsieur B. Chedli BOUZGARROU et Madame Karine CHARLET, Maîtres de conférences à l'IFMA pour vos remarques et conseils précieux au cours de plusieurs travaux intéressants. En effet, vous avez contribué à l'enrichissement de mes connaissances, à l'amélioration de ma capacité de travail et à l'accentuation de ma passion pour la recherche.

Je tiens aussi à exprimer mes sincères remerciements à Monsieur Pierre OUAGNE, Maître de conférences HDR à l'Université d'Orléans et Monsieur Pierre RENAUD, Professeur des Universités à l'INSA de Strasbourg pour avoir accepté d'être les rapporteurs de mon travail et pour leurs fructueuses remarques.

Mes remerciements et mes honneurs s'adressent aussi à Monsieur Olivier POLIT, Professeur des Universités à l'Université Paris Ouest Nanterre La Défense (Paris 10) pour avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Plusieurs travaux de ma thèse ont été accomplis avec l'aide de chercheurs, d'enseignants et de techniciens de la plateforme de l'IFMA, du laboratoire de l'Ecole de Chimie à Clermont Ferrand et du laboratoire de LUT de Clermont Ferrand. Je les remercie profondément.

J'adresse mes grands remerciements à mes chers amis à l'IFMA, à l'Institut Pascal ainsi qu'à mes amis vietnamiens et français à Clermont Ferrand. On a partagé des moments d'amitié pendant toutes les trois années de ma thèse. Leurs souvenirs resteront gravés à jamais dans ma mémoire.

Cette thèse a été réalisée au sein de l'axe Mécanique, Matériaux et Structures de l'Institut Pascal et a été financée par l'IFMA. J'exprime mes sincères gratitude.

Enfin, je voudrais exprimer mes vifs remerciements à ma famille, bien que les remerciements ne soient jamais suffisants, pour avoir été toujours présents à mes côtés. Leurs soutien et assistance ont été omniprésents.



---

---

# Résumé

L'amélioration des performances des robots est un enjeu important dans le domaine industriel. Les objectifs visés sont l'augmentation de l'espace de travail, de la capacité de charge transportable, de la vitesse de travail et de la précision du robot. Pour atteindre ces objectifs, il faut en général augmenter la rigidité, diminuer la masse et augmenter la capacité d'amortissement du robot. Les robots actuels sont généralement fabriqués en métaux : aluminium ou acier, ce qui limite leurs performances en raison des faibles capacités d'amortissement des vibrations de ces matériaux.

Les matériaux composites présentent l'avantage de combiner des matériaux différents, ce qui conduit à une variété de leurs performances. Parmi les types de renforts, les fibres de carbone présentent un module d'élasticité élevé permettant la conception de pièces de grandes rigidités statiques mais elles possèdent une faible capacité d'amortissement. Les fibres végétales, par contre, possèdent une faible densité, de bonnes propriétés spécifiques et des capacités d'amortissement élevées.

Cette thèse porte sur l'amélioration des performances d'un robot parallèle 3CRS en utilisant des matériaux composites pour reconcevoir des pièces initialement fabriquées en aluminium. La thèse commence d'abord par une caractérisation des comportements statiques et dynamiques du robot initial constitué de bras en aluminium. Ensuite, la forme des segments des bras robotiques est optimisée par rapport aux sollicitations mécaniques sur le robot. Un nouveau composite stratifié hybride renforcé par des fibres de carbone et des fibres de lin est alors proposé. Cette combinaison permet d'allier les avantages des deux types de fibres dans un composite pour le dimensionnement des composants sous sollicitation élevée. La structure de ce nouveau composite a été optimisée puis un segment est fabriqué pour valider la conception. Finalement, l'étude du nouveau robot avec des bras en matériaux composites a été réalisée, les résultats montrent que la rigidité du robot augmente, sa masse diminue légèrement et sa capacité d'amortissement augmente considérablement par rapport au robot initial. Donc, l'application du composite stratifié hybride peut améliorer les performances statiques et dynamiques et augmenter significativement la précision en fonctionnement du robot 3CRS.

**MOTS-CLÉS** : optimisation, matériaux composites, fibres de carbone, fibres végétales, robot parallèle 3CRS, analyse statique, analyse dynamique, amortissement des vibrations.

---

---

# Abstract

Improvement of the robot's performances is a major challenge in the industrial field. In general, improvement objectives are increasing workspace, transportable capacity, speed and precision of the robot. To achieve these objectives, it must increase rigidity, reduce weight and increase damping capacity of the robot. Currently, the robots are generally made of metals: aluminum or steel, which limits their performances due to low damping capacity of these materials.

Composite materials present an advantage to combine different materials, which leads to a variety of composite material properties. Among the types of reinforcements, carbon fibers show high modulus that enables robotic parts with high static rigidities to be designed. However, carbon fibers have generally a low damping capacity. Natural fibers have low density, good specific properties and high damping capacity.

This thesis focuses on the improvement of the performances of the 3CRS parallel robot by using the composite material to redesign robot parts initially made of aluminum. The thesis begins with static and dynamic characterizations of the original robot. Then, the shape of segments of the robotic arms is optimized with respect to applying force on the robot. A hybrid laminated composite reinforced with carbon fibers and flax fibers is proposed for the use. This combination enables to combine the advantages of two fiber types in a composite for using in high loaded components. The structure of the new hybrid laminated composite is optimized and a composite segment is then fabricated in order to validate the design. Finally, the analysis of the new robot with composite arms is executed. The result shows that the new robot has a slightly higher rigidity, lighter mass and considerably greater damping capacity in comparison with the original robot. Therefore, the application of the hybrid composite could improve the static and dynamic performances and increases considerably the accuracy in operation of the robot 3CRS.

**KEYWORDS:** optimization, composite material, carbon fiber, vegetable fiber, 3CRS parallel robot, static analysis, dynamic analysis, vibration damping.

---

---

# Liste des publications

## Communication à une conférence internationale :

**A.V. Nguyen, A. Béakou, K. Charlet, B.C. Bouzgarrou.** “*Optimal-design of lightweight mechanism links made of hybrid laminate composite*”. International Symposium on Green Manufacturing and Applications 2014, 24-28 June 2014, Busan, Korea

## Article de revue internationale :

**A.V. Nguyen, B.C. Bouzgarrou, K. Charlet, A. Béakou.** “*Static and dynamic characterization of the 6-Dofs parallel robot 3CRS*”, Mechanism and Machine Theory, Volume 93, Pages 65-82, November 2015, ISSN 0094-114X,

## Article en préparation :

**A.V. Nguyen, A. Béakou, K. Charlet, B.C. Bouzgarrou.** “*Homogenization of 3D viscoelastic hybrid laminated composite*”. Composites Part B : Engineering

---

---

# Table des matières

<b>Introduction .....</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre 1 : État de l'art .....</b>	<b>15</b>
1.1. Introduction .....	16
1.2. Généralités sur les robots .....	16
1.2.1. Définition .....	16
1.2.2. Types de robots .....	16
1.2.2.1. Robot sériel .....	16
1.2.2.2. Robot parallèle .....	17
1.2.3. Constitution mécanique des robots .....	20
1.2.4. Méthode d'amélioration des performances des machines et robots .....	21
1.3. Généralités sur les composites .....	24
1.3.1. Définition .....	24
1.3.2. Fibres de renfort et composites dérivés .....	25
1.3.2.1. Fibres synthétiques .....	25
1.3.2.2. Fibres végétales .....	30
1.3.3. Architecture des matériaux composites .....	37
1.3.3.1. Les stratifiés .....	37
1.3.3.2. Composites sandwiches .....	38
1.3.4. Homogénéisation du composite .....	39
1.3.4.1. Homogénéisation d'un composite unidirectionnel .....	40
1.3.4.2. Homogénéisation à l'échelle macroscopique .....	40
1.3.5. Optimisation de la structure du matériau composite .....	43
1.3.6. Mise en œuvre des composites .....	44
1.3.6.1. Moulage au contact .....	44
1.3.6.2. Moulage par projection .....	44
1.3.6.3. Moulage par compression .....	45
1.3.6.4. Moulage sous vide .....	45
1.3.6.5. Moulage par transfert de résine (RTM- Resin Transfert Molding) .....	46
1.4. Amortissement de la structure et du matériau .....	46
1.5. Application des matériaux composites dans les machines et robots .....	50
1.6. Conclusion .....	53
<b>Chapitre 2 : Caractérisation statique et dynamique du robot parallèle 3CRS .....</b>	<b>55</b>
2.1. Introduction .....	56

---

2.2. Généralités.....	56
2.3. Modèle géométrique inverse du robot 3CRS .....	59
2.4. Formulation analytique .....	62
2.4.1. Matrice de rigidité.....	62
2.4.2. Matrice de masse .....	65
2.4.3. Contraintes cinématiques des liaisons passives .....	66
2.4.4. Equations de Lagrange.....	67
2.5. Validation numérique du modèle analytique .....	69
2.5.1 Modèle d'éléments finis .....	69
2.5.2. Comparaison des modèles .....	69
2.6. Validation expérimentale du modèle analytique .....	74
2.6.1. Essai statique.....	74
2.6.2. Essai dynamique .....	75
2.6.3. Comparaison des résultats .....	75
2.7. Analyse de la rigidité statique .....	77
2.7.1. Caractérisation de la rigidité statique.....	77
2.7.2. Rigidité du robot dans l'espace de travail et discussion .....	78
2.7.2.1. Rigidité du robot en fonction de la position de la plate-forme .....	78
2.7.2.2. Rigidité du robot en fonction de l'orientation de la plateforme .....	80
2.7.3. Influence des déformations de la plateforme .....	81
2.8. Analyse dynamique .....	82
2.9. Conclusions .....	84
<b>Chapitre 3 : Conception en matériau composite du segment du bras robotique.....</b>	<b>86</b>
3.1. Introduction .....	87
3.2. Optimisation de la forme du segment mobile du bras robotique .....	87
3.2.1. Efforts dans le bras robotique .....	87
3.2.2. Optimisation de la forme du segment robotique.....	91
3.2.2.1. Critère d'optimisation .....	91
3.2.2.2. Variables d'optimisation .....	91
3.2.2.3. Contraintes d'optimisation .....	92
3.2.2.4. Solution analytique .....	93
3.2.2.5. Validation de conditions de contraintes .....	96
3.3. Conception et optimisation du matériau composite .....	96
3.3.1. Détermination des propriétés des matériaux constitutants.....	98
3.3.1.1. Masse volumique des matériaux constitutants .....	98
3.3.1.1.1. Fibres .....	98

---

---

3.3.1.1.2. Résine époxy .....	100
3.3.1.2. Module d'Young des matériaux constitutants.....	100
3.3.1.2.1. Fibres .....	100
3.3.1.2.2. Résine époxy .....	102
3.3.1.3. Facteur d'amortissement des matériaux constitutants.....	104
3.3.1.3.1. Fibres .....	104
3.3.1.3.2. Époxy.....	106
3.3.1.4. Conclusion .....	108
3.3.2. Homogénéisation du composite stratifié hybride .....	109
3.3.2.1. Homogénéisation du composite unidirectionnel .....	109
3.3.2.2. Homogénéisation du composite de renfort tissé .....	111
3.3.2.3. Homogénéisation du composite stratifié hybride.....	113
3.3.3. Validation du modèle analytique d'homogénéisation .....	114
3.3.3.1. Validation numérique du modèle d'homogénéisation .....	114
3.3.3.1.1. Modèle éléments finis du composite stratifié hybride.....	115
3.3.3.1.2. Validation numérique .....	117
3.3.3.2. Validation expérimentale du modèle analytique d'homogénéisation .....	118
3.3.3.2.1. Validation du modèle d'homogénéisation du CRT .....	118
3.3.3.2.2. Validation du modèle d'homogénéisation du CSH.....	121
3.3.4. Analyse du composite.....	123
3.3.5. Optimisation de la structure du composite stratifié hybride .....	124
3.4. Conclusion.....	125
<b>Chapitre 4 : Evaluation des performances du segment en composite et du nouveau robot</b>	
.....	127
4.1. Introduction .....	128
4.2. Evaluation du nouveau segment en matériau composite .....	128
4.2.1. Evaluation numérique des performances du segment robotique .....	128
4.2.1.1. Modèles des éléments finis des segments .....	128
4.2.1.2. Comparaison des résultats.....	130
4.2.2. Evaluation expérimentale des performances du segment en composite.....	131
4.2.2.1. Fabrication du segment composite.....	131
4.2.2.1.1. Structure du segment composite.....	131
4.2.2.1.2. Méthode de fabrication.....	133
4.2.2.1.3. Résultat de la fabrication .....	138
4.2.2.2. Dispositifs et protocoles d'essais .....	139
4.2.2.3. Résultat des essais et discussion .....	140

---

---

---

4.2. Evaluation des performances du nouveau robot .....	142
4.2.1. Modèle analytique viscoélastique du robot .....	143
4.2.2. Analyse des performances du nouveau robot 3CRS.....	145
4.2.2.1. Analyse statique du robot.....	145
4.2.2.2. Analyse dynamique du robot .....	147
4.2.3. Comparaison des performances des robots.....	147
4.3. Conclusion.....	149
<b>Conclusions et perspectives .....</b>	<b>151</b>
<b>Références .....</b>	<b>155</b>

# Introduction

Dans la production industrielle, les robots et machines de manipulation sont de plus en plus utilisés, ils permettent d'effectuer des travaux lourds, à répétabilité élevée, à de grandes vitesses avec des précisions élevées et stables. Pour augmenter les performances des robots et des machines de manipulation, plusieurs travaux de recherche ont été effectués. Les recherches visent à résoudre différents problèmes tels qu'augmenter : la capacité de charge transportable, la précision de positionnement et la vitesse de travail des robots. Les réponses à ces questions passent généralement par la diminution des masses des parties mobiles, l'augmentation de la raideur du robot et l'amortissement des vibrations. En 1947, la plateforme Stewart a été conçue par Stewart et Gough, cet événement a marqué la naissance d'un nouveau type de robot appelé « robot parallèle ». Le robot parallèle présente une répétabilité, une raideur et un rapport « masse transportable/masse robot » beaucoup plus élevés que ceux des robots sériels conventionnels. Après le robot parallèle de Stewart, plusieurs types de robot parallèle ont été conçus, par exemple : les robots Delta, Quatro, Isoglide, 3-RRR, etc. Actuellement, les applications utilisant des robots parallèles sont très nombreuses : manipulateurs, simulateurs, support d'orientation pour télescope, etc.

Dans cette étude, un robot parallèle appelé 3CRS est étudié, la Figure i.1 ci-dessous le présente. Ce robot de 6 degrés de liberté (6-DDL) avec trois chaînes cinématiques est une nouvelle architecture de robot parallèle, il a été proposé par B.C. Bouzgarrou.



Figure i.1 : Robot 3CRS

Pritschow et al. ont étudié les sources d'erreurs sur la précision de positionnement du robot parallèle (Figure i.2). On remarque que ces sources se répartissent en deux groupes : les erreurs statiques ou quasi-statiques (pesanteur, erreurs thermiques, erreurs de transformation) et les erreurs dynamiques (erreurs de suivi, excitation des modes, déformations élastiques par



les efforts du procédé et d'inertie). Les erreurs statiques sont généralement calculables, donc, l'intégration d'un programme de compensation dans le système de contrôle permet d'éliminer leurs influences. En revanche, les erreurs dynamiques sont plus difficiles à contrôler, car elles varient en fonction de nombreux paramètres tels que le temps, la charge extérieure, l'excitation de sollicitation, la vitesse, l'accélération de travail et la configuration du robot. Pour diminuer les influences dynamiques, il existe une solution dite « active » qui utilise des capteurs et des actionneurs couplés à un système de contrôle. Selon les mesures fournies par le capteur, le système de contrôle, après un traitement approprié, envoie un signal à l'actionneur qui modifie le comportement vibratoire de la structure pour l'adapter au comportement requis.

En général, les robots et les machines sont fabriqués avec des matériaux métalliques comme l'acier et l'aluminium. Ces métaux présentent des rigidités et des résistances élevées, mais ils possèdent également des masses volumiques élevées ainsi que des capacités d'amortissement faibles. Les composants robotiques produits avec ces métaux sont donc lourds et soumis à des phénomènes vibratoires, par conséquent, les performances des machines et robots sont limitées. Pour augmenter les performances du robot et réduire l'importance des erreurs, une deuxième solution dite « passive » consiste à utiliser des matériaux innovants possédant de bonnes rigidités, des masses volumiques faibles et des capacités d'amortissement élevées.

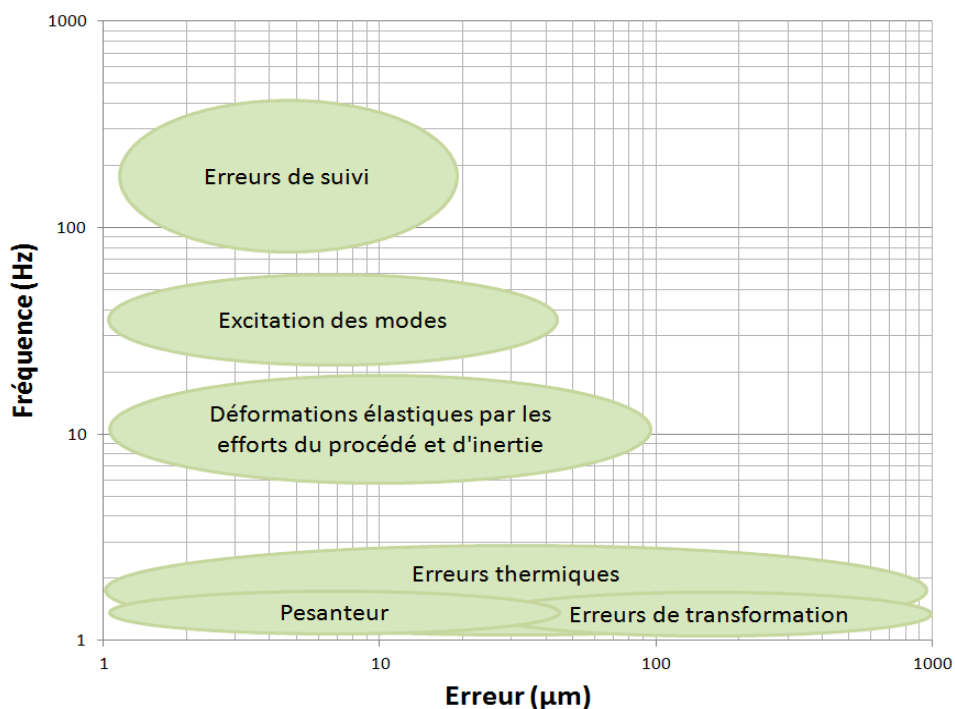


Figure i.2 : Sources des erreurs de positionnement du robot PKM en fonction de la fréquence  
[Pri02]

Pour améliorer les performances dynamiques des machines et des robots, les matériaux composites se présentent comme des solutions compétitives. Un matériau composite est un assemblage d'au moins deux constituants non miscibles dont les propriétés sont une synthèse des propriétés des constituants. Ce phénomène d'assemblage permet d'améliorer les propriétés du matériau vis-à-vis de certaines utilisations (légèreté, rigidité, etc.). Actuellement, les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans de nombreux domaines (aérospatiale, naval, automobile, génie civil, construction ferroviaire, sports et loisirs, etc.). Dans le domaine de la robotique et de la machinerie, l'utilisation des matériaux composites est encore limitée. Il existe aujourd'hui des recherches menant au remplacement de certaines pièces métalliques dans les machines par des pièces conçues et fabriquées en matériaux composites à renforts synthétiques.

Parmi les différents types de renfort, les renforts synthétiques (fibres de carbone, fibres de verre, fibres d'aramide, etc.) présentent des comportements élastiques fragiles, ils possèdent des résistances et rigidités élevées. Toutefois, ces fibres synthétiques possèdent un faible facteur d'amortissement, de plus, elles sont chères et non recyclables. Dans le but de remplacer les fibres synthétiques, plusieurs types de renforts naturels dont des fibres végétales ont été étudiés : lin, chanvre, jute, sisal, coco, rectophyllum camerounaise, etc. À l'issue de ces recherches, on a pu constater que les fibres végétales possèdent de nombreux avantages tels qu'une faible densité, des propriétés spécifiques élevées, une bonne capacité d'amortissement, une capacité de biodégradabilité et un faible coût. Cela a conduit à une expansion des applications des composites à fibres végétales dans l'automobile, le sport, les loisirs, etc. Des recherches sur l'utilisation des composites à fibres naturelles dans les machines sont encore peu nombreuses.

***Dans cette thèse, l'objectif de l'étude est de reconcevoir en matériau composite à base de fibres végétales continues, des pièces mobiles initialement fabriquées en aluminium du robot parallèle 3CRS afin :***

- ***d'augmenter la rigidité,***
- ***d'alléger les masses en mouvement,***
- ***d'augmenter la capacité d'amortissement de la structure du robot.***

Pour atteindre ces objectifs, les travaux de la thèse sont divisés en 4 parties suivantes :

***Partie 1 : État de l'art :*** Dans cette partie, on présente l'état de l'art sur les robots, les composites et l'application des matériaux composites, ceci permet de positionner les travaux de la thèse dans le contexte actuel de recherche et de préparer les connaissances de base pour les travaux de la thèse.

**Partie 2 : Caractérisation statique et dynamique du robot parallèle 3CRS** : Dans cette partie, les rigidités et fréquences modales du robot 3CRS initial sont déterminées par une méthode analytique qui est une combinaison de la méthode d'analyse de matrices structurelles avec l'équation de Lagrange avec des multiplicateurs. Ces résultats permettent d'identifier les performances du robot initial.

**Partie 3 : Conception en matériau composite du segment du bras robotique** : Les segments des bras du robot 3CRS sont choisis pour la reconception en matériau composite. La conception va prendre en compte à la fois l'optimisation de la forme du segment et l'optimisation de la structure du matériau composite. Ces optimisations sont réalisées sous la condition d'une meilleure adaptation aux sollicitations sur le robot. Cette étude donnera des données pour la fabrication et l'évaluation du bras ou du robot dans la partie suivante.

**Partie 4 : Évaluation des performances du segment en composite et du nouveau robot** : Dans cette partie, des analyses numériques et des essais expérimentaux sont d'abord effectuées sur les deux types de segment : en aluminium et en composite afin de comparer leurs propriétés et de valider la conception du nouveau segment. Ensuite, les comportements statiques et dynamiques du robot avec des segments composites sont calculés. La comparaison des performances entre le robot initial et le robot nouveau permet d'évaluer l'intérêt de l'utilisation d'un composite à base de fibres végétales dans le robot.

# Chapitre 1 :

## État de l'art

### Sommaire

1.1. Introduction .....	16
1.2. Généralités sur les robots.....	16
1.2.1. Définition .....	16
1.2.2. Types de robots .....	16
1.2.2.1. Robot sériel .....	16
1.2.2.2. Robot parallèle .....	17
1.2.3. Constitution mécanique des robots .....	20
1.2.4. Méthode d'amélioration des performances des machines et robots .....	21
1.3. Généralités sur les composites.....	24
1.3.1. Définition .....	24
1.3.2. Fibres de renfort et composites dérivés .....	25
1.3.2.1 Fibres synthétiques.....	25
1.3.2.2. Fibres végétales .....	30
1.3.3. Architecture des matériaux composites .....	37
1.3.3.1. Les stratifiés .....	37
1.3.3.2. Composites sandwiches .....	38
1.3.4. Homogénéisation du composite.....	39
1.3.4.1. Homogénéisation d'un composite unidirectionnel .....	40
1.3.4.2. Homogénéisation à l'échelle macroscopique.....	40
1.3.5. Optimisation de la structure du matériau composite .....	43
1.3.6. Mise en œuvre des composites .....	44
1.3.6.1. Moulage au contact .....	44
1.3.6.2. Moulage par projection .....	44
1.3.6.3. Moulage par compression .....	45
1.3.6.4. Moulage sous vide .....	45
1.3.6.5. Moulage par transfert de résine (RTM- Resin Transfert Molding) .....	46
1.4. Amortissement de la structure et du matériau .....	46
1.5. Application des matériaux composites dans les machines et robots .....	50
1.6. Conclusion.....	53

## **1.1. Introduction**

Le sujet de la thèse abordera plusieurs problèmes liés à l'utilisation des matériaux composites dans le domaine de la robotique : la caractérisation mécanique des robots, l'utilisation des fibres synthétiques et naturelles dans les matériaux composites, l'homogénéisation du matériau composite proposé, la fabrication du segment du robot 3CRS en matériau composite et l'amortissement du matériau et de la structure du robot. Ce chapitre présentera donc une bibliographie qui permet de comprendre des problématiques de robots et de matériaux composites et fournira également des connaissances de base pour traiter les problèmes rencontrés au cours de la thèse.

## **1.2. Généralités sur les robots**

### **1.2.1. Définition**

Le robot est utilisé dans le but de se substituer à l'homme ou de collaborer avec lui pour effectuer certaines opérations qui exigent des efforts importants, des grandes vitesses, des précisions élevées et/ou plusieurs cycles. D'après l'Association Française de Normalisation (AFNOR), un robot est défini comme un «manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel».

### **1.2.2. Types de robots**

En fonction de leur morphologie, on distingue deux grandes familles de robots industriels : les robots sériels et les robots parallèles.

#### **1.2.2.1. Robot sériel**

Le robot sériel est le type le plus répandu des robots industriels actuels. Il se constitue d'une succession de corps rigides reliés entre eux par une articulation à un degré de liberté (une rotation autour d'un axe ou un mouvement de translation). Le robot Scara est un bon exemple

du robot sériel. Ce robot comprend trois liaisons pivots à axes parallèles avec une liaison prismatique. Cette architecture permet de contrôler 4 degrés de liberté de l'effecteur (Figure 1.1).



Figure 1.1 : Robot SCARA [Adept]

Le robot sériel présente l'avantage d'un large espace de travail, mais il a deux inconvénients : un petit rapport de masse transportable/masse du robot et une précision faible [Mer06]. Ces inconvénients sont liés à l'architecture mécanique du robot. Sa disposition successive de segments amplifie les erreurs : une petite erreur dans le premier segment ou la première liaison (à cause des défauts de fabrication ou des déformations élastiques, etc.) va rapidement conduire à une erreur importante dans la position de l'effecteur. Dans un robot sériel, chaque segment doit soutenir le poids des segments qui le suivent. En supportant la charge, ils sont soumis à des efforts de flexion et de torsion importants, ce qui implique qu'ils doivent être très rigides, et deviennent ainsi donc très lourds. En conséquence, le manipulateur sériel a une masse élevée. Au cours de mouvements à grande vitesse, il doit supporter des forces d'inertie, centrifuges et de Coriolis importantes qui rendent difficile le contrôle du robot [Mer06]. Pour ces raisons, les robots sériels ne sont pas appropriés pour les manipulations de charges lourdes, à grande vitesse ou de haute précision de positionnement [Mer06].

### 1.2.2.2. Robot parallèle

Du fait des inconvénients des robots sériels, des chercheurs ont tenté de développer de nouvelles structures robotiques. Un robot parallèle, dont l'une des premières versions a été fabriquée par Gough en 1947, est défini comme un mécanisme fermé dont l'effecteur est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes.

D'une manière générale, les caractéristiques principales des robots parallèles sont :

- Au moins deux chaînes soutiennent l'effecteur.
- Le nombre d'actionneurs est égal au nombre de degrés de liberté de l'effecteur.
- La mobilité du manipulateur est égale à zéro lorsque les actionneurs sont verrouillés.

Ce type de mécanisme est intéressant pour les raisons suivantes :

- Deux chaînes cinématiques au minimum permettent de répartir la charge
- Le nombre d'actionneurs est minimal.
- Le nombre de capteurs nécessaires est minimal.
- Lorsque les actionneurs sont verrouillés, le manipulateur reste dans sa position.

En comparaison avec des robots sériels, les robots parallèles présentent des volumes de travail plus restreints. En revanche, ils ont des capacités de fonctionnement plus intéressantes. D'abord, les robots parallèles ont souvent des rapports masses transportables/masses de robots très élevés, en général, d'un facteur 10 au moins. Parce que ses actionneurs se situent le plus souvent au voisinage des points d'articulation de la base, si ce n'est sur la base elle-même, les segments sont donc considérablement allégés, d'autant plus que la charge appliquée est répartie sur chacun des bras robotiques.

De plus, la précision et la répétabilité de robots parallèles sont meilleures. L'architecture de robots parallèles ne pose pas de problème d'accumulation et d'amplification des erreurs, et leur morphologie leur assure une rigidité remarquable même avec des structures mobiles allégées. Enfin, ils présentent des capacités dynamiques plus performantes, du fait que les actionneurs soient ramenés au voisinage de la base. Par ailleurs, la diminution de masse des segments diminue les effets de couplage dynamique entre les articulations. En raison de ces avantages, ce type de robots intéresse de plus en plus les chercheurs. À partir des années 2000, de nombreuses recherches sur de nouveaux robots parallèles ont été menées. On peut trouver plusieurs exemples de conception de robots parallèles dans [Mer06]. On présente ci-après quelques exemples de robots parallèles. Un robot parallèle très connu est le robot Delta qui est souvent utilisé pour l'application industrielle « *pick and place* ». Ce robot se constitue de 3 bras actionnés par des moteurs fixés à la base [Viv05]. Ce mécanisme permet au robot de se déplacer en translation dans trois directions. Pour augmenter sa mobilité, il y a ensuite eu des versions modifiées comme le robot H4, le robot PAR4 (le robot Quatro) (Figure 1.2).

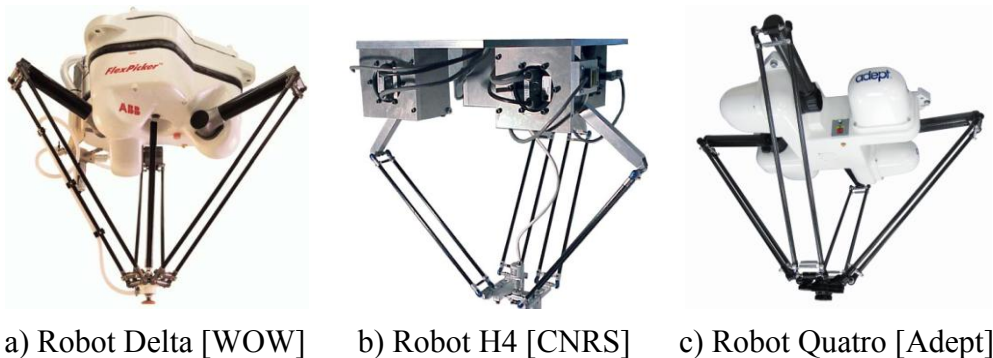


Figure 1.2 : Robot Delta et ses versions modifiées

La Figure 1.3 présente un nouveau type de robot parallèle dont l'architecture est découplée comme un robot cartésien. Chaque bras contrôle une mobilité de la plateforme. Il existe deux versions de ce type de robot : le robot T3 avec 3 degrés de liberté (3 translations) et le robot T3R1 avec 4 degrés de liberté (3 translations et une rotation) [Riz06].

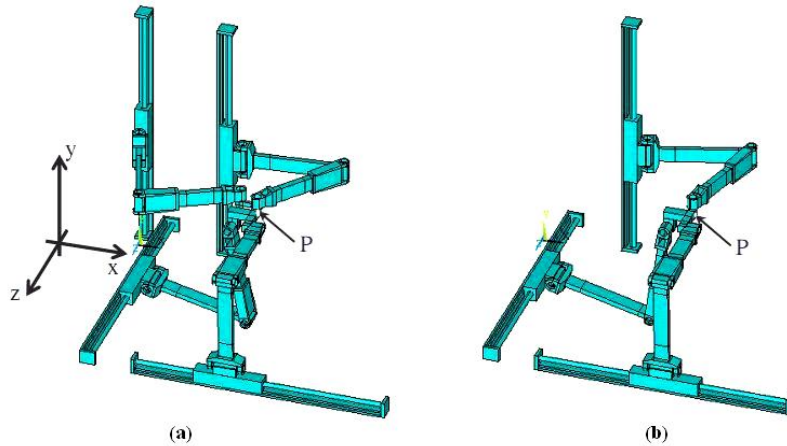


Figure 1.3 : a) Robot ISOGLIDE4-T3R1 b) Robot ISOGLIDE-T3 [Riz06]

Plusieurs applications exigent d'avoir des robots à 6 degrés de liberté tels que : machines de fraisage 5-axes, systèmes de positionnement, simulateurs de vol, antennes de satellites, dispositifs médicaux de contrôle, etc. Un robot parallèle à 6 degrés de liberté récemment conçu est le robot 3CPS (Figure 1.4) [Che13]. Ce robot se compose de seulement trois bras, moins que le nombre de bras du robot parallèle 6-DDL classique de Gough-Stewart. Cheng constate que cette architecture permet de simplifier considérablement l'analyse cinématique, l'évaluation de l'espace de travail, l'analyse statique ainsi que la commande du robot.

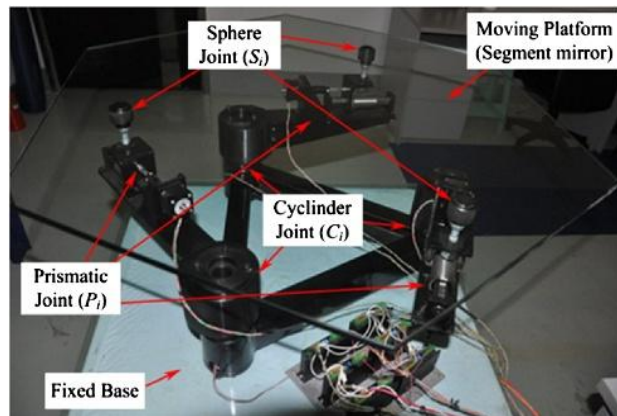
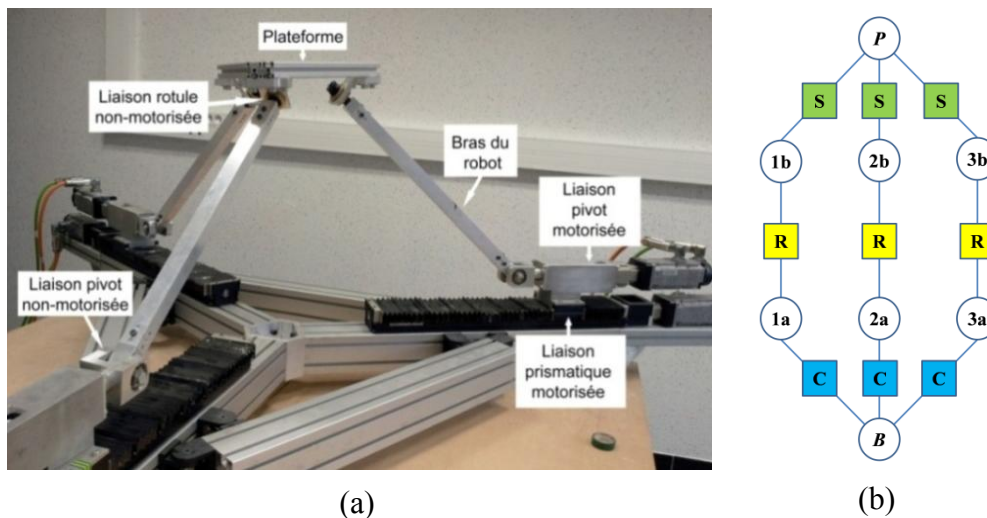


Figure 1.4 : Robot 3CPS [Che13]

Le robot utilisé dans notre recherche est une nouvelle architecture de robot parallèle qui a été conçu par B.C. Bouzgarrou [Arr11]. Ce robot comprend une plateforme et trois chaînes cinématiques identiques (Figure 1.5). Chaque chaîne cinématique est formée par une liaison prismatique motorisée et une liaison pivot motorisée. Ces deux liaisons ont le même axe de



travail, elles sont considérées comme une seule liaison cylindrique motorisée (notée  $\underline{C}$ ), ensuite, ce sont une liaison rotoïde passive (notée  $R$ ) et une liaison sphérique passive (notée  $S$ ). Par conséquent le robot est appelé 3 $\underline{C}$ RS. Cette architecture donne l'avantage au robot de se déplacer selon 6 degrés de liberté avec seulement trois chaînes cinématiques. Sa conception en termes de l'espace de travail a été étudiée dans [Arr11] [Arr12]. Cependant, les comportements statiques et dynamiques du robot n'ont pas encore été caractérisés. Une caractérisation des comportements statiques et dynamiques du robot 3 $\underline{C}$ RS est utile pour optimiser ses performances et sera donc effectuée dans cette thèse.



### 1.2.3. Constitution mécanique des robots

Un robot-manipulateur est constitué de deux sous-ensembles principaux : un (ou plusieurs) organe terminal et une (ou plusieurs) chaîne cinématique [Kha99].

Le terme *organe terminal* regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, à dépression, etc.) ou à les transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, etc.). Il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement. Un organe terminal peut être multifonctionnel, c'est-à-dire équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être monofonctionnel mais interchangeable. Enfin, un robot peut être multi bras, chacun des bras portant un organe terminal différent. Par la suite, on utilise indifféremment le terme *organe terminal*, *préhenseur*, *outil* ou *effecteur* pour nommer le dispositif d'interaction fixé à l'extrémité mobile de la structure mécanique.

La chaîne cinématique est le squelette du robot qui relie l'effecteur avec la base fixe et a le rôle d'amener l'organe terminal dans une situation (position et orientation) donnée. Elle est la

partie la plus importante qui conditionne les performances du robot industriel. Elle est généralement constituée d'actionneurs, de segments et de liaisons.

- Les actionneurs (moteurs) du robot créent des forces qui poussent le système mécanique du robot pour créer le mouvement de l'effecteur. Ils sont d'habitude proches de la base fixe afin de réduire les vibrations dans le système. Dans un mécanisme sans mobilités internes, le nombre des actionneurs est généralement égal au nombre de degrés de mobilité du mécanisme.

- Les segments sont des corps solides ou des fluides qui supportent et transmettent des charges de l'effecteur au bâti. Ils doivent être suffisamment rigides. La masse du segment contribue à la majeure partie de la masse du robot. L'allègement des segments permet donc de réduire fortement la masse totale du robot. Les formes des segments sont très diverses. Ils sont conçus en fonction plusieurs conditions (conditions de fonctionnement, conditions de chargement, etc.). A l'heure actuelle, les matériaux utilisés pour les segments sont principalement des matériaux métalliques (acier, aluminium...) qui confèrent aux segments une rigidité élevée mais aussi une masse importante et une capacité d'amortissement faible.

- Les liaisons (joints, articulations) ont le rôle de lier deux segments successifs en limitant le nombre de degrés de liberté (la mobilité) de l'un par rapport à l'autre. Il y a deux types de liaisons : des liaisons mécaniques classiques et des liaisons élastiques. Les liaisons classiques sont généralement à base des roulements à billes ou des paliers lisses. L'articulation élastique (joint flexible) est la partie d'étranglement de faible rigidité localisée d'un solide élastique (Figure 1.6).

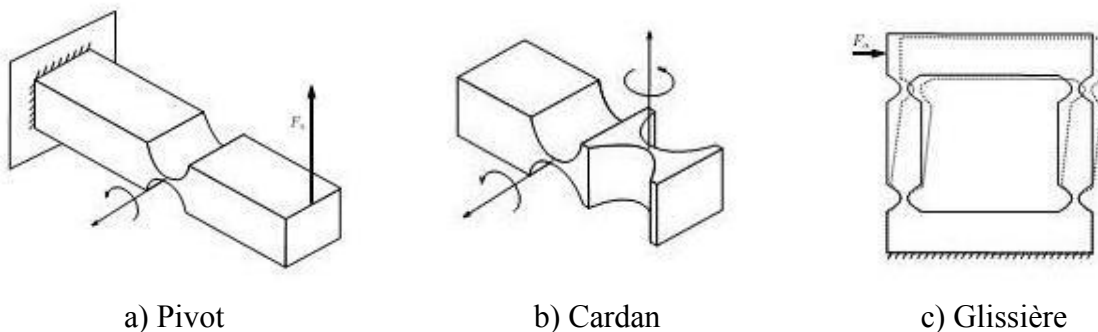


Figure 1.6 : Exemples de joints flexibles [Del08]

Dans le cadre de cette thèse, on étudiera uniquement les segments du robot 3CRS, l'étude des liaisons et des actionneurs ne sera pas abordée.

#### 1.2.4. Méthode d'amélioration des performances des machines et robots

En général, les objectifs d'amélioration des performances des machines et robots sont d'augmenter :

- la capacité de charge
- la vitesse et l'accélération
- l'espace de travail
- la précision de positionnement

Ces performances du robot sont reliées à plusieurs paramètres tels que sa structure et sa géométrie, les matériaux de ses composants, son système de commande, etc.

Pour améliorer les performances du robot, les actions principales suivantes peuvent être mises en œuvre :

- Optimisation de la conception et de l'architecture.
- Optimisation de la commande
- Diminution des vibrations
- Allègement des composants

La conception d'un nouveau robot dépend de plusieurs conditions telles que : l'espace de travail, le chargement, les degrés de liberté, etc. Comme présenté dans la section précédente, les robots parallèles présentent des avantages par rapport aux robots sériels en termes de capacité de charge, de précision et de répétabilité qui conduisent donc au développement de nouveaux robots parallèles.

Des modifications de géométrie des composants permettent aussi d'améliorer les performances des robots. L'impact de la bonne conception d'une pièce est très important sur sa résistance, sa durée de vie et son utilisation en service. L'optimisation intervient de façon primordiale dans l'augmentation des performances et la réduction de masse des machines et robots entraînant ainsi de substantielles économies d'énergie [Duy96]. L'optimisation des structures peut être classée en trois grandes familles comme illustrées à la Figure 1.7.

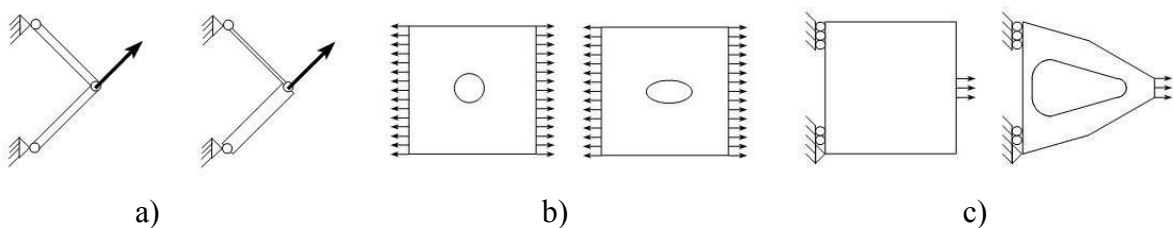


Figure 1.7 : Les classes de problèmes d'optimisation des structures : (a) Dimensionnement  
(b) Forme avec topologie fixée (c) Topologie variable [Duy96]

Le *dimensionnement automatique* (Figure 1.7-a) des structures ne permet que de modifier la section droite ou l'épaisseur transversale des composants d'une structure dont la forme et la topologie sont fixées. L'*optimisation de la forme* (Figure 1.7-b) admet des changements de forme compatibles avec une topologie fixée au préalable. L'optimisation de forme classique

modifie la représentation paramétrique des frontières du domaine. Un problème d'optimisation de forme peut être résolu analytiquement. Il existe plusieurs méthodes analytiques d'optimisation de forme comme : la dérivation du premier ordre, la méthode de Lagrange avec multiplicateurs, la méthode de Newton, etc. [Gay12]. Enfin, l'*optimisation topologique* (Figure 1.7-c) permet de modifier plus fondamentalement la nature de la structure. Cette fois, la géométrie de la pièce est envisagée sans aucun a priori sur la connectivité des domaines ou des membres structuraux présents dans la solution. Ce problème est généralement formulé comme une distribution optimale de matière pour l'adapter au mieux à la sollicitation. Dans [Kel12], la géométrie du robot Delta a été optimisée avec des critères de l'espace de travail et des comportements statiques et dynamiques.

L'amélioration des techniques de commande peut apporter une augmentation de la précision de positionnement. En général, les erreurs de positionnement viennent de l'assemblage et des déformations des composants ainsi que des liaisons sous les efforts internes et externes. Plus la commande prend en compte ces influences, plus la précision de positionnement du robot augmente. Par conséquent, il faut avoir un modèle de comportement proche de la réalité dans le programme de commande. Les modèles avec des composants rigides sont généralement utilisés grâce à leur simplicité. Néanmoins, des modèles avec des composants flexibles sont de plus en plus utilisés [Soo98] [Deb06] [Kil10].

La vibration est une source d'erreurs importante en fonctionnement des robots. Le problème d'amortissement des vibrations a donc un rôle essentiel. Les machines ou les robots, dont les vibrations sont plus amorties, ont des précisions de positionnement plus élevées et peuvent atteindre des vitesses de travail plus grandes. Pour réduire les vibrations, il y a généralement trois approches : les méthodes active, semi-active et passive. La méthode active consiste en l'utilisation de composants actifs tels qu'un actionneur pour générer des signaux qui neutralisent les vibrations. La méthode semi-active utilise des matériaux intelligents dont les propriétés d'amortissement peuvent être changées par une commande électronique ou par des effets thermiques, etc. Les deux méthodes citées ci-dessus sont compliquées dans la pratique et induisent souvent des coûts élevés. L'amortissement passif est basé sur la capacité d'amortissement de la structure elle-même. Pour augmenter l'amortissement de la structure, la méthode passive utilise des matériaux viscoélastiques qui dissipent plus l'énergie des vibrations. Cette méthode est donc plus simple et moins chère [Bil10].

La réduction des masses des composants permet de diminuer les forces d'inertie, d'augmenter la vitesse et l'accélération ainsi que la précision de positionnement. Il y a deux méthodes pour réduire les masses des composants : l'optimisation topologique des composants et la fabrication de composants à partir de matériaux légers. L'optimisation de la forme des

composants n'influence pas le schéma structurel et elle apporte en général les formes plus adaptées aux cahiers des charges. Actuellement, les machines et robots sont généralement fabriqués en matériaux métalliques (acier, aluminium, etc.) qui ont une masse volumique importante et une capacité d'amortissement faible. Il existe aujourd'hui une tendance d'amélioration des performances du robot consistant à remplacer ces matériaux conventionnels par de nouveaux matériaux (alliage, matériau hybride, composite, etc.) qui sont plus rigides, plus légers ou possèdent de bonne capacité d'amortissement. Parmi les tentatives, les matériaux composites se présentent comme des matériaux compétitifs.

Dans le cadre de travail de cette thèse, l'architecture du robot 3CRS sera maintenue. Pour améliorer les performances du robot, l'approche suivante est proposée. D'abord, un modèle analytique du comportement du robot, qui prend en compte les flexibilités des composants, sera établi. Ensuite, la forme des segments des bras sera optimisée par rapport aux sollicitations. Enfin, un matériau composite sera utilisé pour la conception des segments des bras avec comme objectif l'augmentation de la capacité d'amortissement de la structure du robot. Le paragraphe suivant présente quelques généralités sur les matériaux composites.

## 1.3. Généralités sur les composites

### 1.3.1. Définition

Au sens large, le mot « *composite* » signifie littéralement « constitué de deux ou plusieurs matériaux non miscibles ». Les matériaux composites se constituent d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue, appelée *matrice*. La phase discontinue est appelée le *renfort* ou *matériau renforçant* [Ber99]. Le renfort apporte au matériau composite ses performances mécaniques, alors que la matrice a pour rôle de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieures et de protéger les fibres vis-à-vis des agressions extérieures.

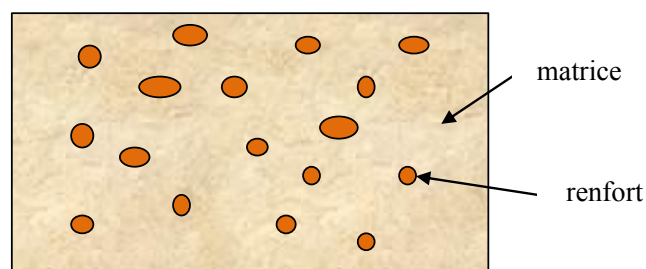


Figure 1.8 : Matériau composite

Le *matériau composite* (ou *composite*) est présenté ici dans un sens plus restrictif. C'est-à-dire que sa matrice est une résine (polyester, époxyde, etc.) et son renfort est constitué de fibres synthétiques ou végétales (verre, carbone, lin, etc.).

### 1.3.2. Fibres de renfort et composites dérivés

#### 1.3.2.1 Fibres synthétiques

Il existe plusieurs types de fibres synthétiques : fibre de verre, fibre de carbone, fibre aramide, fibre céramique, etc. Les plus répandues sont les fibres de carbone et les fibres de verre.

##### a. Fibres de verre [Lam88] [Gui95]

Il existe plusieurs types de fibres de verre qui ont des compositions chimiques différentes, des propriétés différentes et qui sont fabriqués de façons différentes. On peut les classer dans le Tableau 1.1 suivant.

Tableau 1.1 : Différents types de fibre de verres textiles (1) [Lam88] [Gui95]

Type	Indications générales
E	Bonne propriétés électriques à usages générales
D	Hautes propriétés diélectriques
A	Haute teneur en alcali (2)
C	Bonne résistance chimique
R	Haute résistance mécanique
S	Haute résistance mécanique
AR	Résistant en milieu basique
E-CR	Pour usage en milieu acide
(1) D'après la norme NF ISO 2078	(2) Hydroxyde d'un métal alcalin

Les fibres de verre E sont initialement développées pour leurs bonnes propriétés électriques d'isolation [Gui95]. Cependant, elles deviennent actuellement les fibres les plus utilisées sur le marché des fibres de renforcement en raison de leurs bonnes propriétés mécaniques et leur coût modéré (de 2 à 5 fois moins chères que les autres types) [Lam88].

Les fibres de verre D sont composées essentiellement de silice et de bore, sont dotées de très bonnes propriétés d'isolation électrique. Elles sont développées pour les applications électriques à très hautes performances telles que les radômes pour les avions militaires.

Les fibres de verre C contiennent une forte teneur de la silice (jusqu'à 65%) qui leur confère une meilleure tenue que les fibres de verre E dans les milieux chimiques et particulièrement dans les milieux acides. Elles sont utilisées comme couches de protection anticorrosion des pièces dans le génie chimique ou dans la fabrication des bacs d'accumulateur.

Les fibres de verre R ou S contiennent à hautes teneurs de la silice et de l'alumine mais pas d'oxyde de bore ou de métaux alcalins. L'absence de ces composants (dits *fondants* car ils diminuent la température de fusion des mélanges vitrifiables) entraîne des conditions d'élaboration plus difficiles et des coûts plus élevés. En comparaison avec la fibre de verre E, leur résistance en traction et leur module d'élasticité sont respectivement 30% et 20% plus élevés. Leur masse volumique est légèrement inférieure (-4%). Ils possèdent également une meilleure tenue en température que les fibres de verre E, ainsi qu'une meilleure résistance en milieux acides. Elles sont utilisées dans les industries aérospatiales, dans l'armement, dans des applications industrielles performantes (bouteilles de gaz comprimés, porteurs pour les câbles optiques, etc.) ou en remplacement de l'amiante dans les organes antifriction.

Pour les fibres de verre AR (Alcalis résistants), leur particularité est une forte teneur en oxyde de zirconium (16-20%). Dans l'industrie, ces fibres sont intéressantes comme renfort de ciment en milieu basique.

La différence entre les fibres de verre E-CR et les fibres de verre E est l'absence d'oxyde de bore qui conduit à une forte amélioration de la résistance aux acides pour les fibres de verre E-CR. Par contre, leurs propriétés mécaniques et leurs propriétés électriques sont comparables.

### Propriétés des fibres de verre

Les fibres de verre présentent de bonnes propriétés en termes de stabilité et de résistance chimique et thermique. Elles ont une large gamme de tailles de fils et de nombreuses options de tissage permettant à l'utilisateur de choisir la meilleure association de performance de matériau et d'économie. Le Tableau 1.2 présente certaines propriétés des fibres de verre.

Tableau 1.2 : Propriétés des fibres de verre [Gui95]

<b>Fibres</b>	<b>Masse volumique (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>Allongement à la rupture en traction (%)</b>	<b>Résistance en traction (MPa)</b>	<b>Module d'élasticité en traction (GPa)</b>
Verre E	2.54-2.61	4.6-4.8	3200-3400	72-73
Verre D	2.14	4.5	2500	55
Verre A	2.45	4.4	3100	71
Verre C	2.49	4.8	3300	70.3
Verre R	2.55	5.2	4400	86

En observant le Tableau 1.2, on remarque que l'élongation maximum des fibres de verre à la rupture varie de 4,4 % à 5.2%. On trouve aussi que les fibres de verre présentent un ratio



élevé résistance/poids, donc elles sont intéressantes pour les applications où une résistance importante et un poids minimum sont nécessaires.

Sous des influences thermiques, les fibres de verre présentent des avantages telles que : une résistance élevée et une stabilité de dimension. Elles sont un matériau inorganique et ne brûlent pas. Elles conservent environ 25 % de leur résistance initiale à 540°C. Les fibres de verre ont un faible coefficient d'expansion thermique qui conduit à une faible déformation ainsi qu'elles supportent une exposition à des températures extrêmement élevées ou basses.

La plupart des produits chimiques ont peu ou pas d'effets sur les fibres de verre. Elles n'absorbent pas l'humidité et ne changent pas physiquement ou chimiquement si elles sont exposées à l'eau.

### **b. Fibres de carbone [Dup08]**

En production industrielle, les fibres de carbone sont généralement fabriquées à partir de deux types de précurseurs :

- le précurseur brai de mésophase obtenu par traitement thermique de brais (un mélange d'hydrocarbures issus de résidus de houille ou de pétrole) isotropes sélectionnés et purifiés qui permet de pré-orienter axialement sa structure.
- le précurseur polyacrylonitrile (PAN)

En général, la méthode de fabrication du précurseur brai est identique à celle du PAN. Elles ont deux principales étapes :

- le filage et l'étirage qui ont pour but d'orienter la structure dans la direction axiale et d'obtenir des fibres.
- le traitement thermique des fibres qui va conduire à l'oxydation, la carbonisation et la graphitisation.

La différence dans la fabrication des deux types de précurseur est dans l'étape d'oxydation. Pour le PAN, l'oxydation est effectuée à la fois avec l'étirage pour conférer aux mono-filaments une orientation axiale préférentielle. En revanche, cette structure préexiste dans le précurseur brai de mésophase. L'oxydation a pour fonction essentielle de faire passer la mésophase d'un état thermoplastique à un état infusible. Cette opération est beaucoup plus rapide que dans le cas du PAN. On remarque que lorsque la température de carbonisation ou de graphitisation croît, le module de traction des fibres augmente.

Les fibres de carbone sont, en général, classées selon leurs propriétés mécaniques, en particulier les propriétés en traction. En fonction de leur module de traction, les fibres de carbone peuvent être classées en 5 catégories suivantes :



- d'usage général ou pour applications thermiques (fibres UG) :  $E < 200$  (GPa)
- de haute résistance (fibres HR) :  $200 \text{ (GPa)} < E < 250 \text{ (GPa)}$
- de module intermédiaire (fibres IM) :  $250 \text{ (GPa)} < E < 350 \text{ (GPa)}$
- de haut module (fibres HM) :  $350 \text{ (GPa)} < E < 550 \text{ (GPa)}$
- de très haut module (fibre THM) :  $E > 550 \text{ (GPa)}$ .

### Propriétés des fibres de carbone

Les fibres de carbone présentent non seulement une bonne résistance et un module d'Young élevé, mais aussi une masse volumique faible d'environ  $1.43\text{-}2 \text{ g/cm}^3$  [Mou02]. Leurs résistances spécifiques et modules spécifiques sont beaucoup plus grands que ceux des métaux. Le Tableau 1.3 suivant présente des propriétés de certaines fibres de carbone.

Tableau 1.3 : Propriétés de certaines fibres de carbone commercialisées [Dup08]

Fabricant	Nom commercial	Module (GPa)	Résistance à la rupture en traction (MPa)	Allongement à la rupture (%)
Kureha Chemical (Japon)	Kureca T-101	33	790	-
	Kureca T-102	33	690	-
Cytec (USA)	Thornel P 25W	160	1400	-
	Thornel P 55S	380	1900	-
	Thornel P 75S	520	2100	-
Toray (Asie) Soficar (Europe) et CFA (USA)	T 300	230	3530	1.5
	T 400 H	250	4410	1.8
	T 800 H	294	5490	1.9
	M 40	392	2740	0.7
	M 46 J	436	4210	1.0
	M 50 J	475	4120	0.8
	M 55 J	540	4020	0.8
	M 60 J	588	3920	0.7

Les propriétés de la fibre de carbone sont fortement dépendantes de sa structure notamment du degré de cristallinité, de l'espace inter-couche ou encore de la taille des cristallites. Un haut degré de cristallinité et un faible espace inter-couche conduit à une fibre de haut module. Les couches de carbone tendent à être parallèles à l'axe de la fibre. Il en résulte que la fibre de carbone a un plus haut module parallèlement que perpendiculairement à l'axe de la fibre. De la même manière, la conductivité thermique et électrique est plus grande dans l'axe de la fibre. Plus le degré d'alignement des couches de carbone est grand, plus les propriétés de la

fibres (la densité, le module en traction, les conductivités électrique et thermique) sont élevées [Gir11].

En général, les fibres de carbone ont aussi une bonne résistance thermique, elles peuvent supporter une température de plus de 2500°C dans un milieu sans l'oxygène. Leur coefficient de dilatation thermique est proche de zéro dans le sens longitudinal autour de la température ambiante. Sous l'impact d'environnement, les fibres de carbone présentent une inertie chimique sauf à l'oxydation [Mou02].

Les fibres de carbone présentent une faible résistivité électrique par rapport aux fibres de verre, bien que leur conductivité électrique soit de deux ou trois ordres de grandeur inférieur à celle des métaux [Guy08].

On trouve que les fibres synthétiques présentent de bonnes propriétés mécaniques, chimiques ainsi que thermiques. En particulier, les fibres de carbone ont une large gamme de module avec des valeurs très élevées. Pour ces raisons, elles ont été beaucoup utilisées dans les composites.

### c. Composites à fibres synthétiques

Le Tableau 1.4 présente des propriétés de composites renforcés par différents types de fibres synthétiques :

Tableau 1.4 : Propriétés comparées des composites unidirectionnels à base de résines époxydes (1) renforcées par différentes fibres [Dup08]

Fibre	Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	Traction 0° (2)		Compression 0° (MPa) (2)
		Résistance (MPa)	Module (GPa)	
<b>Carbone (3)</b>				
T 400 H	1.56	2450	135	1470
T 800 H	1.56	2840	150	1570
M 40 J	1.54	2250	215	1130
M 60 J	1.64	1860	340	780
<b>Verre</b>				
E	2.04	1400	46	910
R	2.01	1900	52	970
<b>Aramide (4)</b>				
KEV 49	1.38	1380	72	276
<b>Bore</b>	2.01	1700	220	2400

(1) Taux volumique de fibres 60%	(2) Dans le sens longitudinal
(3) Fibres Torayca produites par Toray	(4) Fibres Kevlar produites par DuPont

On voit que les composites à fibres synthétiques présentent en général de bonnes propriétés mécaniques telles que : des modules élevés, des résistances importantes et des masses volumiques faibles. En comparant les propriétés des composites synthétiques dans le Tableau 1.4 ci-dessous, on remarque que :

- les composites à fibres de carbone et de bore ont des résistances et modules très élevés comparés aux composites à fibres de verre ou d'aramide.

- le composite à fibres de bore possède la résistance en compression la plus élevée.

En considérant les performances spécifiques, les composites à fibres de carbone sont nettement les matériaux les plus performants par rapport aux autres composites.

Sous une sollicitation de fatigue, le composite à fibres de carbone offre des capacités absolument excellentes. En effet, on ne constate une perte de propriétés mécaniques de 20%-30% pour un composite à base de carbone qu'après 10 millions de cycles tandis qu'un composite à base de fibres de verre perd 50% de ses propriétés et un alliage d'aluminium plus de 70% [Dup08].

Comme présenté ci-dessus, les fibres synthétiques comme les fibres de carbone et les fibres de verre présentent de bonnes résistances vis-à-vis des influences de l'environnement (température, humidité, milieu alcalin ou acide). Par contre, l'impact de l'environnement influence considérablement la résine de matrice, ce qui conduit à des diminutions de propriétés des composites telles que : perte de rigidité ou perte de la résistance [Gui05] [Dup08].

À côté des fibres synthétiques, les fibres naturelles, en particulier les fibres végétales, intéressent de plus en plus des recherches sur leurs applications dans les renforts de matériaux composites. Donc, la section suivante présentera des généralités sur les fibres végétales et leurs composites.

### 1.3.2.2. Fibres végétales

#### a. Types de fibres végétales

Les fibres végétales proviennent de 5 grandes origines dans les plantes [Bou11] :

- Tige : chanvre, lin, jute, ramie, kénaif et bambou
- Feuille : sisal et abaca
- Graine : coton et kapok

- Fruit : coco
- Racine : rhexosiphon camerounaise

On présente ci-après les caractéristiques générales de quelques fibres végétales qui sont étudiées dans cette thèse.

### Lin

Le lin appartient à la famille des linacées (*Linum usitatissimum*). C'est une plante annuelle dont la tige atteint de 0.60 à 1.20 m de hauteur pour un diamètre de 1 à 3 mm. Les fibres de lin sont extraites de la tige de la plante. L'avantage de cette fibre est sa longueur élevée en moyenne 25 mm et sa bonne résistance. En Europe, on trouve le lin en France, en Pologne, en Belgique et en Russie [Bal13].



Figure 1.9 : Lin et fibres de lin

### Sisal

Le sisal (*Agave sisalana*) est une plante vivace constituée par une rosette de grandes feuilles à section triangulaire allant jusqu'à 2 m de long. Il s'agit d'une plante tropicale, principalement cultivée en Amérique du sud et en Afrique. La longueur moyenne de ces fibres est de 3 mm [CAR06].



Figure 1.10 : Sisal et fibres de sisal

### Chanvre

Le chanvre (*Cannabis sativa*) est une plante libérienne, dont la hauteur varie de 1 à 3 m. Il présente des fibres externes longues et étroites et des fibres internes ligneuses. La longueur des fibres de chanvre est assez élevée en moyenne de 20 à 50 mm. Les fibres de chanvre sont utilisées dans les domaines du textile (tapis et vêtements), des agrotextiles (toile anti-érosion), de l'automobile (composite pour panneaux intérieurs), du papier (fibres de renfort) et du bâtiment (isolation thermique). Cultivé dans les pays à climat tempéré, on trouve le chanvre dans l'est de l'Europe, en France en Italie et en Chine [Bou11].



Figure 1.11 : Chanvre et fibres de chanvre

### Jute

Le jute (*Corchorus*) est une plante des régions tropicales appartenant à la famille des liliacées. La tige atteint une hauteur de 4 à 6 m avec un diamètre d'environ 3 cm. Le jute pousse essentiellement au Bangladesh, qui détient un quasi-monopole de son commerce. Les fibres de jute sont très courtes. Elles sont principalement utilisées pour des sacs de transport pour des produits agricoles [Bal13].



Figure 1.12 : Jute et fibres de jute

### **Rhectophyllum camerounaise (RC)**

Le RC est une plante de la famille *Aracea* qui a été identifié en 1981 par le botaniste Colette Ntépe-Nyamè. Il se trouve dans les forêts du sud du Cameroun, du Nigeria et du Gabon. Sa hauteur peut atteindre 50 cm. Les fibres de RC sont extraites de ses racines verticales longues.



Elles sont traditionnellement utilisées pour fabriquer des cordes, des paniers et des filets de pêche [Bea08].



Figure 1.13 : Le rhextophyllum camerounaise et ses fibres

### b. Propriétés des fibres végétales

Les fibres végétales sont des produits naturels. Leurs propriétés sont très influencées par les facteurs naturels tels que le climat, les propriétés du sol, la luminosité, la précipitation, etc. Pour obtenir des fibres végétales, il faut les extraire de la biomasse. Les méthodes d'extraction influencent aussi aux propriétés des fibres obtenues.

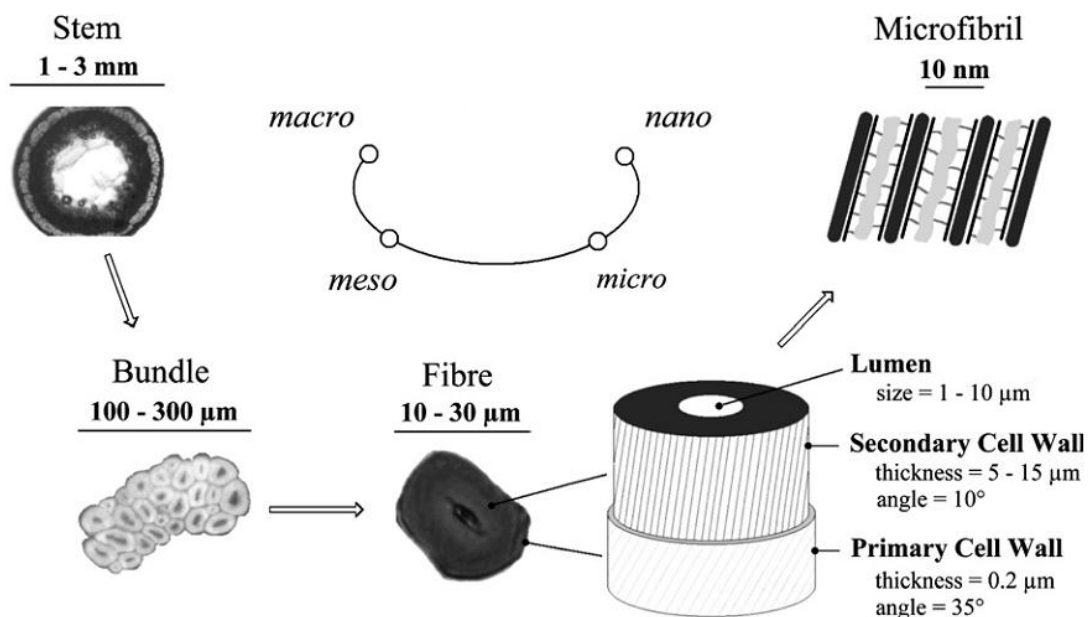


Figure 1.14 : Des échelles différentes de la structure de fibres de lin [Cha06]

Des observations à l'échelle microscopique ou nanoscopique ont été effectuées pour mieux comprendre la structure de la fibre. D'après les observations microscopiques, on constate une irrégularité de section le long d'une fibre naturelle, qui cause des propriétés mécaniques hétérogènes suivant la longueur de la fibre. À l'échelle nanoscopique, une seule fibre naturelle est elle-même un type de matériau composite naturel. Chaque fibre contient une paroi cellulaire primaire et une paroi secondaire. Les parois sont constituées des microfibrilles de

cellulose et d'une matrice amorphe de lignines, de hémicelluloses et de pectines. La paroi primaire est fine, relativement pauvre en cellulose et présente des microfibrilles sans orientation préférentielle. Au contraire, on observe que dans la paroi secondaire, ses microfibrilles de cellulose s'enroulent en spirale dans la matrice en un angle. Cet angle est différent pour chaque type de fibre végétale [Bal02] [Cha06] [Cha07] [Cha09] [Nte11]. La paroi secondaire est constituée de trois sous-couches qui diffèrent principalement par leur composition chimique et par l'orientation de leurs microfibrilles de cellulose [Lau06]. La Figure 1.14 présente des échelles différentes de la structure de fibres de lin.

Les fibres végétales présentent des masses volumiques faibles et de bonnes propriétés mécaniques (Tableau 1.5). Leurs masses volumiques sont plus faibles que celles des fibres de verre et des fibres de carbone. Cet avantage conduit à des propriétés spécifiques importantes des fibres végétales.

Tableau 1.5 : Propriétés mécaniques de certaines fibres végétales  
[Bal13][Bea08][Far12][Bou11]

Fibres	Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	Allongement à la rupture en traction (%)	Contrainte à la rupture en traction (MPa)	Module d'élasticité en traction (GPa)
Lin	1.4-1.5	1-4	600-2000	12-85
Ramie	1.56	1.2-3.8	400-938	61.4-128
Chanvre	1.07	1.6	389	35
Jute	1.44	1.5-1.8	393-773	26.5
Sisal	1.45	3-7	350-700	9-21
Noix de coco	1.15	15-40	131-175	4-6
Coton	1.5-1.6	7-8	287-597	5.5-12.6
Bambou	0.6-1.1	-	140-230	11-17
Kénaf	-	1.6	930	53
Rhctophyllum	0.947	27.5	557	5.8

La Figure 1.15 présente une courbe de comportement de la fibre de lin. On constate que le module d'Young longitudinal de la fibre augmente avec l'augmentation de chargement. Ce comportement peut être expliqué par le glissement des microfibrilles qui se réorientent suivant l'axe longitudinal de la fibre [Bal02] [Cha06]. Son comportement mécanique n'est pas linéaire, une partie non-linéaire se trouve dans la zone de petite déformation.

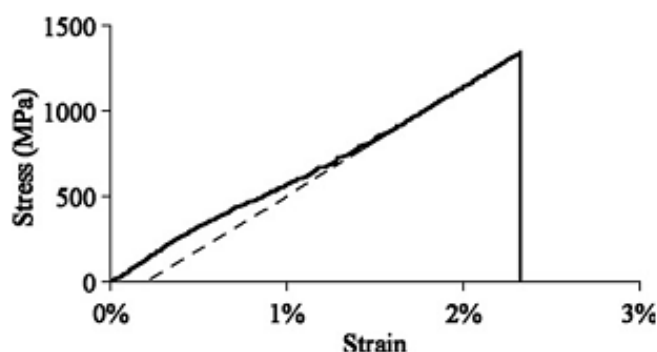


Figure 1.15 : Courbe de comportement de la fibre de lin Hermès [Cha06]

Sous une charge de fatigue, le module d'Young de la fibre augmente entre le premier et le dernier cycle. Ce phénomène s'explique par la réorganisation dans sa structure, les microfibrilles de la fibre, initialement inclinées d'un certain angle avec l'axe de la fibre, se réorientent vers cet axe [Bea08] [Bal02].

Dans des conditions habituelles de stockage, les parois des fibres végétales contiennent une fraction d'eau absorbée (7-15% en masse). L'eau est un plastifiant des parois cellulaires et donc de ce fait, une variation de la fraction d'eau absorbée influence les propriétés mécaniques des fibres telles que leur résistance. Une variation de la fraction d'eau entraîne aussi une légère variation de section (retrait, gonflement) [Bal05]. Les fibres végétales présentent de mauvaises résistances aux sollicitations thermiques. En général, les fibres de cellulose sont décomposées à partir d'environ 200°C [Sum10], bien que ce comportement soit une fonction de la température et du temps. Le Tableau 1.6 présente des diminutions de la résistance des fibres de lin sous l'effet thermique.

Tableau 1.6 : Dégradation thermique de la résistance de la fibre de lin [Sum10]

Température (°C)	Durée t (minutes)	Diminution de la résistance (%)	Référence
170	120	0	[Gas01]
180	60	24	[Wie99]
200	30	36	[Wie99]
200	60	47	[Koh94]
220	60	62	[Wie99]

### c. Composites à fibres végétales

Plusieurs types de composites à renfort végétal ont été étudiés par des chercheurs [Hei96] [Li00] [Tou11] [Kha12] [Hos13] [Mah14]. Le Tableau 1.7 suivant présente les propriétés de quelques composites à renfort végétal.



Tableau 1.7 : Propriétés des composites unidirectionnels (UD) à renfort végétal

Matériau	Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	Module d'Young en traction (GPa)	Résistance en traction (MPa)	Référence
Lin/époxy (UD, Vf=50%)	1.35	24	325	[Hei96]
Bamboo/époxy (Vf=65%)	1.16-1.25	3-15	87-165	[Kha12]
Kénaf/époxy (UD, Vf=40%)	1.117	18.2	164	[Mah14]
Jute/vinylester (UD, Vf=25%)	-	14.6	113	[Hos13]
Sisal/polyester (UD, Vf=50%)	0.99	1.2	30	[Li00]
Chanvre/époxy (UD, Vf=32%)	-	12.7	106	[Tou11]

On voit que les composites à fibres végétales présentent des masses volumiques faibles, de bonnes résistances et des modules d'élasticité modérés en comparaison avec les métaux ou les composites à fibres synthétiques. À même taux volumique, la rigidité spécifique du composite à renfort de lin présente une valeur comparable à celle d'un composite renforcé par des fibres de verre [Bre06] [Sat12] (Figure 1.16).

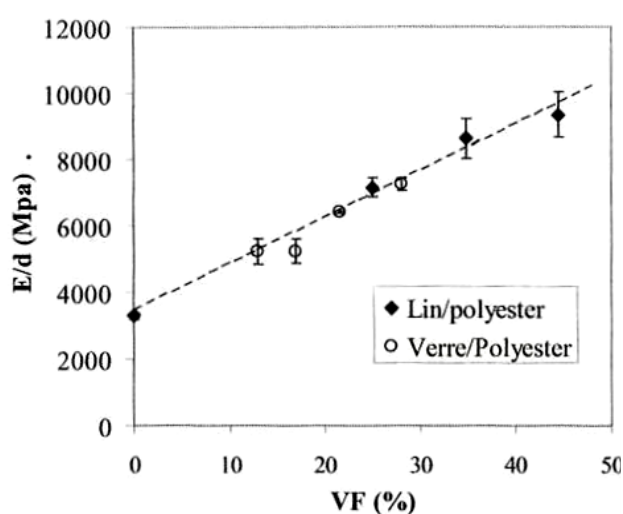


Figure 1.16 : Comparaison des propriétés spécifiques des composites renforcés par des fibres de lin et des fibres de verre [Bre06]

Comme le comportement des fibres végétales, le phénomène d'augmentation des modules et des résistances sous les sollicitations de fatigue existe aussi dans les composites à fibres végétales [Bal02] [Lia12], ce qui conduit donc une stabilité de la rigidité sous les chargements de fatigue des structures en composites à fibres végétales.

Malgré certains avantages, les composites à fibres végétales présentent des inconvénients comme la faible stabilité thermique et la faible résistance à l'humidité. Pour ces raisons,

l'utilisation de composites à fibres végétales est encore limitée [Dit12]. L'absorption d'humidité élevée de fibres végétales conduit à un gonflement et la présence de vides à l'interface entre la fibre et la matrice. Ce qui conduit à des mauvaises propriétés mécaniques des matériaux composites. Pour réduire la capacité d'absorption d'humidité des fibres, des mesures variées ont été étudiées comme le traitement de fibres (traitement chimique, traitement de Duralin), la modification de la matrice, etc. [Dit12]. En général, les composites à matrice polymère peuvent perdre de la résistance et de la rigidité à des températures élevées [Dit12]. Ce phénomène peut être amplifié dans le cas des composites de renforts végétaux. Ce problème exige donc un bon choix du matériau de matrice pour avoir un bon revêtement.

Un autre inconvénient des composites à fibres végétales est leur mauvaise compatibilité entre les fibres et les matrices polymères. La plupart des polymères thermoplastiques sont les substances non-polaires qui ne sont pas compatibles avec des fibres végétales polaires. De nombreux chercheurs ont développé des traitements pour modifier la propriété d'interface entre des fibres et la matrice afin d'améliorer leur adhérence. Plusieurs méthodes sont utilisées comme les traitements de fibres (alcali, ultrason, vieillissement ultraviolet...), l'utilisation d'agents de couplage ou l'ajout d'additifs [Dit12].

### **1.3.3. Architecture des matériaux composites**

La structure des matériaux composites est très variée. Les renforts peuvent être sous forme de mâts, de fibres courtes, de fibres longues ou de tissés. Les fibres peuvent être disposées en uni-direction, multi-directions ou aléatoire.

Pour les structures plus complexes, les composites sont composés de plusieurs couches différentes. On aborde ici deux groupes principaux de structures composites : stratifiés et composites sandwiches

#### **1.3.3.1. Les stratifiés**

Les stratifiés sont constitués de couches composites successives appelées plis. Ces plis composites peuvent être de même renfort et orientés dans des directions différentes, ou de renforts différents dans le cas d'un stratifié hybride.

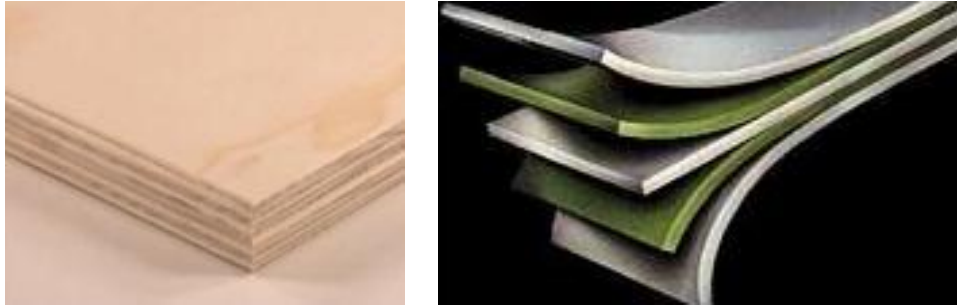


Figure 1.17 : Exemples de stratifiés [Gen11]

En général, le renfort de chaque pli du stratifié se caractérise par sa nature (carbone, lin, verre, etc.) et sa présentation (fils, mat, tissu). Les architectures de stratifiés en termes de disposition des couches sont aussi très variées (orientation des renforts, empilement symétrique ou antisymétrique, répétition de séquence, etc.). Le choix de renfort et d'architecture du stratifié dépendra donc de l'utilisation du matériau composite en l'adaptant au mieux au champ des contraintes imposé [Ber99] :

- Les couches unidirectionnelles ont de bonnes performances mécaniques dans la direction des fibres.
- Les mats sont peu résistants en traction et devront être réservés aux zones comprimées.
- Une stratification croisée sera sensible au délaminage inter laminaire.
- Une stratification avec moins trois directions de fibres sera nécessaire pour avoir un pseudo-isotropie dans le plan du stratifié.

Les stratifiés hybrides permettent d'avoir de meilleures performances en utilisant au mieux les propriétés des diverses fibres disponibles. Parmi les différents hybrides, on peut distinguer :

- Des hybrides inter-plis, constitués d'une suite de couches, chacune de renfort différent.
- Des hybrides intra-couches, constitués par une séquence de couches. Dans une couche, des fibres différentes sont combinées, par exemple, par le tissage, pour former le renfort de la couche.

### 1.3.3.2. Composites sandwichs

Le principe de la technique sandwich consiste à appliquer sur une âme (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possédant de bonnes propriétés en compression) deux peaux (possédant de bonnes caractéristiques en traction). L'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité. Il faut que l'épaisseur de l'âme soit très élevée par rapport à celle des peaux.

Généralement, le choix de matériaux est fait afin d'avoir une masse minimale en tenant compte ensuite des conditions d'utilisation (conditions thermiques, corrosion, prix, etc.).

Les types d'âmes sont : âmes pleines (en bois cellulaire, diverses mousses cellulaires, mousses syntactiques, etc.) âmes creuses (alliages métalliques légers, papier kraft, papier polyamide, etc.), âmes mixtes. Les peaux sont le plus souvent des stratifiés (verre, carbone, kevlar, etc.) ou des feuilles en alliages légers [Ber99].

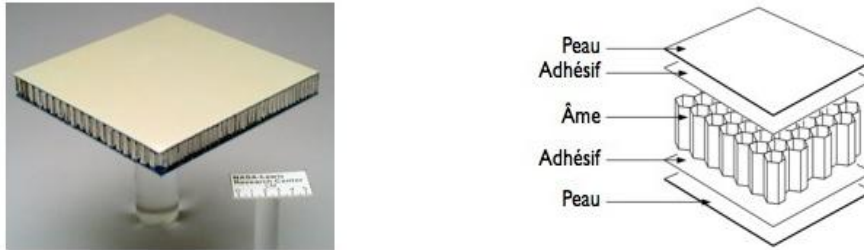


Figure 1.18 : Matériau sandwich

Pour que les structures sandwichs jouent pleinement leur rôle, il est nécessaire de veiller à avoir une solidarisation parfaite de l'ensemble âme-peaux, de manière à répartir les efforts entre âme et peaux. L'assemblage est réalisé par un collage à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence.

### 1.3.4. Homogénéisation du composite

Pour prévoir les propriétés des composites, des méthodes numériques et analytiques sont généralement utilisées. La méthode numérique consiste en un modèle des éléments finis (MEF), dans lequel la structure du composite est modélisée et les propriétés des composants sont insérées. Un MEF plus proche de la structure du composite réel permet de calculer plus précisément les propriétés du composite, mais le modèle sera plus compliqué et le coût de calcul sera élevé. Une méthode simplifiée est de modéliser un volume élémentaire représentatif (Figure 1.19) au lieu d'une structure complète, cette méthode présente certainement un coût de calcul plus faible.

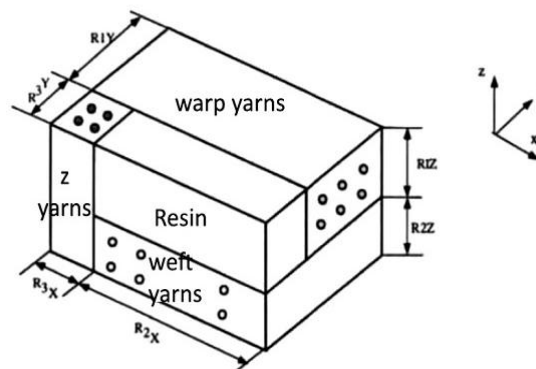


Figure 1.19 : Un volume élémentaire représentatif (VER) d'un composite 3-D [Hal13-2]

L'homogénéisation analytique d'un matériau composite de structure complexe (composite à renfort tissé 2D, 3D, composite à renfort multidirectionnel) comprend généralement deux échelles : microscopique et macroscopique.

- À l'échelle microscopique, les sous-structures sont des composites unidirectionnels ou des résines pures.
- À l'échelle macroscopique, le composite est composé de phases homogènes différentes. Des méthodes d'homogénéisation (basées sur la théorie des stratifiés, l'hypothèse d'iso-déformation, l'hypothèse d'iso-contrainte, le mélange iso-déformation/iso-contrainte, etc.) sont utilisées pour assembler les différents sous-volumes, ou couches afin de prédire la matrice de rigidité globale du matériau [Hal13].

#### 1.3.4.1. Homogénéisation d'un composite unidirectionnel

Pour calculer des propriétés du composite unidirectionnel, il existe plusieurs modèles tels que : la loi des mélanges [Ber99], le modèle d'Halpin-Tsai [Hal76], le modèle de Chamis [Cha84], le modèle de Christensen [Chr90], etc. Ces modèles utilisent une formule similaire à la loi des mélanges pour la détermination du module d'Young longitudinal. La formule, adoptée dans ces modèles, est :

$$E_{11}^{UD} = V_f E_{11}^f + (1 - V_f) E^m \quad (1.1)$$

Younes et al. ont comparé des propriétés mécaniques calculées par des modèles analytiques avec des résultats expérimentaux [You12]. Chaque modèle présente des avantages et des inconvénients, en général, les modules d'Young longitudinaux sont identiques, mais les autres valeurs (module transversal, module de cisaillement, etc.) sont assez variées. Le choix du modèle dépend donc des matériaux utilisés et des propriétés qu'on souhaite déterminer avec précision.

#### 1.3.4.2. Homogénéisation à l'échelle macroscopique

Il y a trois méthodes principales pour homogénéiser un composite à l'échelle macroscopique qui sont la théorie des stratifiés, le modèle d'iso-déformation (modèle parallèle ou modèle de Voigt) et le modèle iso-contrainte (modèle sériel ou modèle de Reuss).

##### **Théorie classique des stratifiés**

La théorie classique des stratifiés [Ber99] est généralement utilisée pour des plaques ou coques minces, formées d'une combinaison de plis. L'épaisseur de la plaque est beaucoup plus petite par rapport aux autres dimensions. La déformation dans la structure est considérée

faible et chaque pli obéit à la loi de Hooke. La Figure 1.20 présente le schéma de calcul pour la théorie classique des stratifiés.

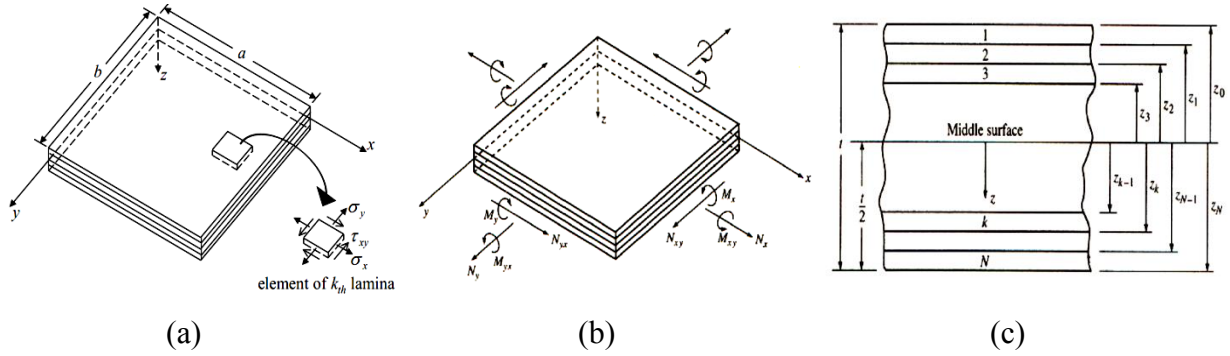


Figure 1.20 : a) État de contrainte d'un élément généralisés dans un stratifié b) Système de coordonnées et efforts c) Géométrie et empilement des couches

Cette théorie utilise des hypothèses négligeant la déformation dans la direction d'épaisseur  $\varepsilon_z$  et les déformations de cisaillement transverse  $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{yz}$  (Figure 1.20-a). Les déformations dans le plan sont supposées varier selon des fonctions linéaires de la distance  $z$  par rapport à la surface au milieu du stratifié (Figure 1.20-c). La relation entre les contraintes et les déformations dans chaque pli est supposé suivre la loi de Hooke.

Si on intègre les contraintes sur l'épaisseur du stratifié, on obtient la loi de comportement généralisé du composite sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{Bmatrix} \quad (1.2)$$

Où  $N$  et  $M$  sont les efforts et les moments généralisés,  $\varepsilon^0$  et  $K$  sont les déformations de membrane et les courbures. Les matrices  $[A]$ ,  $[B]$  et  $[D]$  sont déterminés en fonction des termes des matrices de rigidité et des épaisseurs des plis du stratifié.

Cette méthode ne permet pas déterminer tous les composants de la matrice de rigidité en 3D, elle est souvent utilisée pour calculer des propriétés du composite dans le plan.

### Modèle de Voigt (modèle parallèle ou modèle d'iso-déformation)

Ce modèle de calcul se base sur l'hypothèse d'iso-déformation [Hal13]. C'est-à-dire pour un composite composé de plusieurs couches disposées en parallèle, les déformations des couches sur leurs bords sont considérées égales. Donc, la contrainte appliquée sur le composite est la somme des contraintes appliquées sur les couches. La matrice de rigidité du composite d'homogénéisation est donc calculée ainsi :

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n V_i C_i}{V} \quad (1.3)$$

$n$  : nombre des couches en parallèle.

$V_i$  : volume de la couche  $i$

$V$  : volume du composite d'ensemble

### **Modèle de Reuss (modèle sériel ou modèle d'iso-contrainte)**

Le principe du modèle de Reuss se base sur l'hypothèse d'iso-contrainte [Hal13]. Dans ce modèle, les couches constituant le composite se disposent en série, les contraintes aux sections d'interaction sont supposées égales. Et la déformation de la structure totale est la somme des déformations des plis. À partir de ces relations, la matrice de rigidité du stratifié est donc calculée en fonction des matrices de rigidité des plis :

$$C^{-1} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i C_i^{-1}}{V} \quad (1.4)$$

$n$  : nombre de couches disposés en série.

$V_i$  : volume de la couche  $i$

$V$  : volume du composite d'ensemble

Des chercheurs ont développé d'autres méthodes en se basant sur les méthodes décrites ci-dessus pour calculer les propriétés du composite. Ichikawa et Chou ont proposé trois modèles de base pour la modélisation des propriétés élastiques des composites textiles. Ces modèles sont : le modèle « mosaïque » [Ishi82], le modèle des fibres ondulatoires [Ishi82-2] et modèle « pontage » [Ishi82-2]. Ils reposent sur la théorie des stratifiés. Chaque volume élémentaire représentatif (VER) du composite est divisé en mèches considérées comme des composites UD, puis le VER est traité comme étant un stratifié en utilisant la théorie de stratifiés.

P. Tan et al. ont proposé une méthode se basant sur le modèle iso-contrainte pour prévoir les propriétés mécaniques d'un composite 3D [Tan98] [Tan00]. Dans cette méthode, pour homogénéiser un VER 3D (Figure 1.19), les auteurs ont appliqué le modèle iso-contrainte en fonction des ordres différents des directions  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Les modèles ont été ensuite comparés et validés avec des résultats numériques de la méthode des éléments finis.

Hallal et al. ont développé une méthode analytique, appelée la méthode 3SHM (3 stage homogenisation method), pour calculer des propriétés mécaniques du composite à renfort

tissé [Hal10] [Hal12] [Neh11]. Cette méthode est une combinaison du modèle iso-déformation et du modèle iso-contrainte.

Un modèle d'homogénéisation permet de déterminer des propriétés du composite en fonction de sa structure. Pour cette raison, il est souvent utilisé ensuite pour optimiser la structure du matériau composite.

### 1.3.5. Optimisation de la structure du matériau composite

Beaucoup de facteurs influencent les propriétés du matériau composite comme : la microstructure interne, le procédé de fabrication, le régime thermique de traitement, etc. Le problème d'optimisation des propriétés du composite est généralement résolu en utilisant un modèle approximatif du comportement. Les valeurs calculées par le modèle d'optimisation peuvent être : la rigidité, la résistance, le coût, le poids et l'amortissement. Le résultat d'optimisation peut être la structure composite ou le procédé de fabrication pour maximiser ou minimiser un ou plusieurs valeurs entre les valeurs calculées, en général, en adaptant des conditions de contraintes. La précision du résultat d'optimisation dépend donc fortement du modèle utilisé et du procédé d'optimisation.

L'optimisation ne peut pas remplacer la conception expérimentale parce qu'elle ne peut pas couvrir tous les aspects et les conditions [You07]. Cependant, l'optimisation de la structure du composite est utile dans la conception de la structure complexe puisqu'elle permet de réduire considérablement le temps et le coût de fabrication. Dans l'optimisation de la structure en composite, un modèle analytique d'homogénéisation est généralement utilisé.

Pour une application dans le domaine aérospatial, avec l'objectif de diminution du poids pour « *voler plus rapidement* » [Thu97], un organe de couplage utilisé dans un avion a été étudié. Le matériau d'utilisation est un stratifié constitué de composite à tissé de carbone et de composite UD à fibre de carbone. La méthode d'optimisation est la méthode des éléments finis combinée avec un outil d'optimisation. Le critère de résistance Tsai-Hill a été utilisé dans le calcul. Le résultat a montré une diminution de 43% de la masse de l'organe de structure composite optimale par rapport celle de l'organe en aluminium.

Dans [Duv01], Duvaut et al. ont proposé une méthode analytique d'optimisation du matériau composite appliquée aux plaques de Kirchhoff–Love. D'après l'étude, cette méthode optimise le taux volumique des fibres et les orientations des fibres suivant le chargement auquel est soumise la structure. Bakar et al. ont présenté une optimisation du motif de tissage pour obtenir la meilleure rigidité du composite à renfort tissé [Bak13]. La méthode d'optimisation utilise un modèle éléments finis d'un volume représentatif du composite.



Niu et al. ont utilisé la méthode d'optimisation de matériau discret [Niu10] pour chercher la structure optimale en termes d'orientations et de séquence d'empilement des plis d'une plaque stratifiée composite utilisé pour la minimisation de la radiation sonore. La structure d'un matériau composite hybride utilisé dans un arbre tubulaire a été optimisée [Mon13]. La rigidité et la résistance en torsion et en flexion sont les valeurs d'intérêt. Une approche analytique a été utilisée pour résoudre le problème d'optimisation.

### 1.3.6. Mise en œuvre des composites

Pour la fabrication des composites, il existe plusieurs méthodes. On en présente ici quelques unes avec leurs principes, tirées de [CAR06] [Dec05] [Ac-ni] [Ber99]. Ces méthodes sont généralement faciles à exécuter et demandent un coût d'investissement faible en matériels.

#### 1.3.6.1. Moulage au contact

C'est la méthode la plus simple qui demande le moins d'équipements. On utilise des moules en bois vernis, en métal, etc., sur lesquels on dépose successivement : un agent de démoulage, une couche de surface (optionnelle) et des couches successives de renforts imprégnés au rouleau d'une résine polymérisant à l'ambiante.

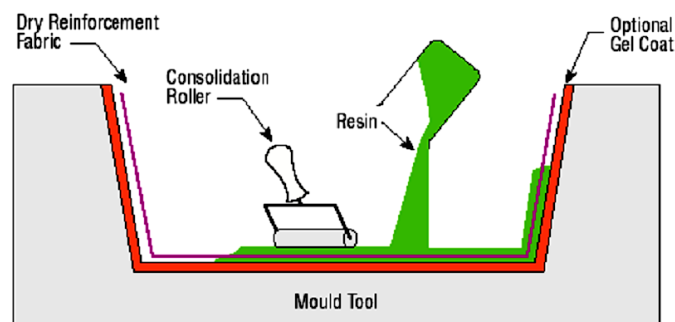


Figure 1.21 : Moulage au contact [Dec05]

#### 1.3.6.2. Moulage par projection

Dans cette méthode, la résine et les fibres de renfort coupées sont projetées simultanément au moyen d'un pistolet sur une forme.

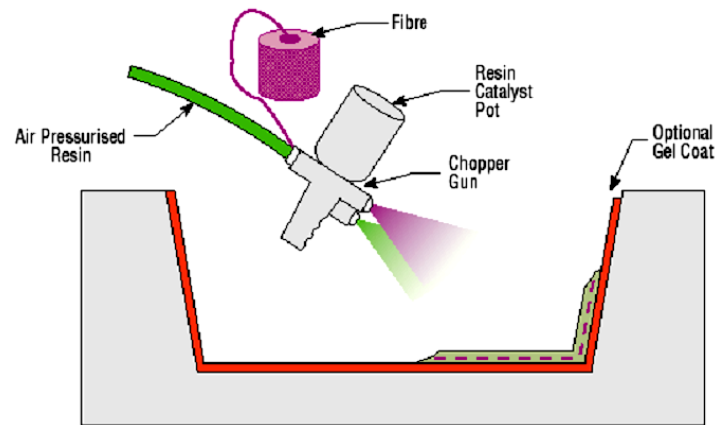


Figure 1.22 : Méthode de projection simultanée [Dec05]

### 1.3.6.3. Moulage par compression

Le moulage par compression est l'un des procédés les plus économiques pour la production de grandes séries de pièces de petites et de moyennes dimensions. Dans ce procédé, on place une préforme de compound de moulage (résine, renfort, catalyseur et additifs déjà prémélangés dans des proportions optimales) dans la cavité d'un moule chauffé, et ensuite on la presse aux dimensions finales. On utilise des pressions qui vont de 0.5 à 15 MPa.

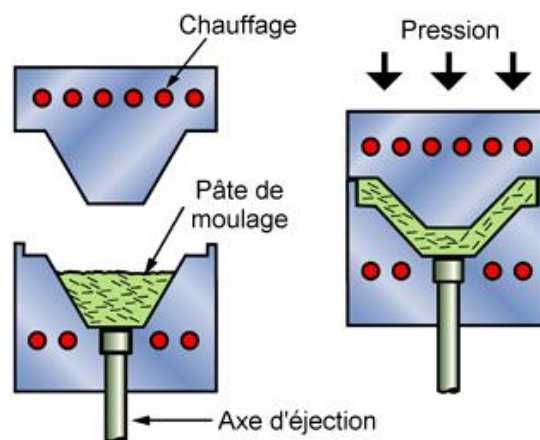


Figure 1.23 : Méthode de moulage par compression [Ac-ni]

### 1.3.6.4. Moulage sous vide

Les renforts fibreux sont placés à sec sur un film démoulant qui épouse les formes du moule. Une membrane souple joue le rôle de contre-moule et assure l'étanchéité. Le vide créé permet à la résine de se diffuser dans les renforts fibreux et cavités. Cette méthode pourrait être combinée avec un système de chauffage qui servirait à polymériser la résine. Aux conditions ambiantes, la pression qui fait couler la résine est égale à la pression atmosphérique de 1 atm.

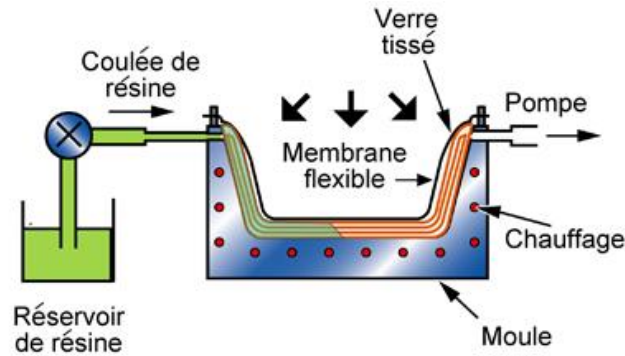


Figure 1.24 : Méthode du moulage sous vide [Ac-ni]

### 1.3.6.5. Moulage par transfert de résine (RTM- Resin Transfert Molding)

Le moulage par transfert de résine consiste à imprégner un renfort placé à l'intérieur d'un ensemble moule et contre-moule très rigide et fermé. L'alimentation des résines est réalisée par le vide ou par l'injection de la résine. Cette méthode permet d'atteindre des taux volumiques élevés des fibres, d'où l'obtention de pièces à caractéristiques mécaniques élevées. Ce procédé de moulage convient à la réalisation de pièces profondes et de formes complexes.

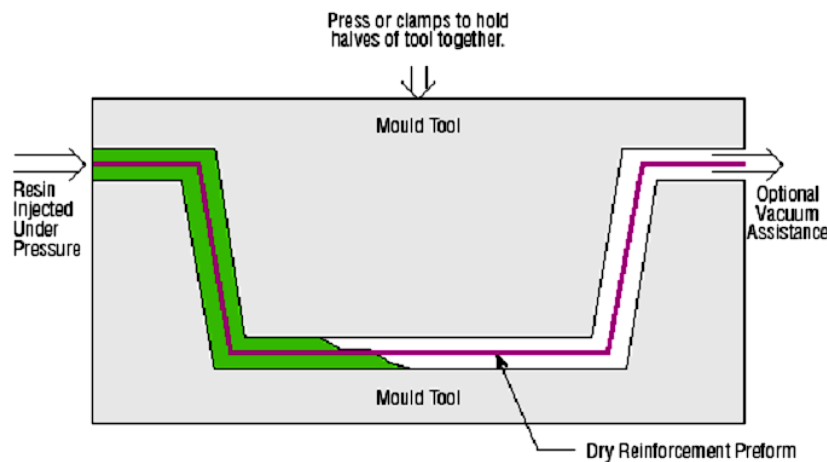


Figure 1.25 : Principe du moulage par injection de résine [Dec05]

## 1.4. Amortissement de la structure et du matériau

Pour un système mécanique constitué d'éléments viscoélastiques linéaires, l'amortissement de la structure peut être défini par de trois façons :

- Premièrement, comme le rapport entre l'énergie dissipée et l'énergie élastique stockée dans le matériau ou dans la structure dans un cycle de sollicitation dynamique. Cette définition a été présentée la première fois en 1962 par Kerwin et Ungar [Ung62]. Donc, l'amortissement d'une structure est déterminé par l'équation :

$$\eta = \frac{\Delta U}{2\pi U} = \frac{\sum \eta_i U_i}{2\pi \sum U_i} \quad (1.5)$$

Où  $\eta_i$  est le facteur d'amortissement de l'élément  $i$ .

$U_i$  est l'énergie stocké dans l'élément  $i$ .

Cette définition a été largement utilisée dans les méthodes analytiques pour déterminer des propriétés des composites [Ber04] [Ber06] [Ber07] [Ber08] [Mah08] [Sef06] [Suz03].

Cette équation est aussi appliquée dans l'analyse numérique en combinaison avec la méthode des éléments finis pour analyser des structures complexes. Cette méthode est appelée « approche de l'énergie de déformation modale ». Dans cette méthode, à chaque mode de vibration, on détermine l'énergie stockée dans chaque élément en fonction de ses contraintes et déformations et l'énergie dissipée est déterminée par la multiplication entre l'énergie de stockage avec les facteurs d'amortissement du matériau de l'élément. Cette méthode est utilisée dans plusieurs recherches pour déterminer le coefficient d'amortissement et/ou optimiser la structure du composite [Zha06] [Mao11] [Sar00].

- Deuxièmement, comme le rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle du module dynamique du matériau ou de la structure. Donc, le facteur d'amortissement de la structure peut être calculé par la formule :

$$\eta = \frac{E''}{E'} \quad (1.6)$$

Où  $E''$  est la partie imaginaire du module dynamique du matériau ou de la structure.

$E'$  est la partie réelle du module dynamique du matériau ou de la structure.

En combinant avec le principe de correspondance qui dit qu'un problème statique linéaire élastique peut être converti en un problème dynamique linéaire viscoélastique en remplaçant le module élastique par le module complexe, cette définition est utilisée dans plusieurs méthodes analytiques pour déterminer les facteurs d'amortissement des matériaux composites [Has70] [Pax75]. Sun et al. ont utilisé ce principe avec la théorie des stratifiés pour déterminer l'amortissement de composites multicouches [Sun87].

- Troisième façon, comme la tangente de l'angle de déphasage entre l'effort d'excitation et la déformation. Sous sollicitation  $\sigma(t) = \sigma_0 \sin \omega t$ , la réponse en déformation est de la forme  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t + \delta$  et on a :

$$\eta = \tan \delta \quad (1.7)$$

Cette définition est généralement utilisée dans les machines de mesure (rhéomètre). Grâce aux capteurs de force et capteurs de déformation, les rhéomètres peuvent déterminer le déphasage entre deux signaux et déduire l'angle de déphasage qui identifie le facteur d'amortissement de la structure [ARES].

Il y a deux types d'amortissement de structure : l'amortissement du matériau et l'amortissement du système. L'amortissement du matériau ne dépend que des propriétés mécaniques du matériau tandis que l'amortissement du système dépend également de l'amortissement au niveau du support, des liaisons, des interfaces, des encastrement, etc. Ici, on s'intéresse uniquement à l'amélioration de la capacité d'amortissement de la structure au niveau du matériau. Plusieurs matériaux polymères (plastiques, caoutchouc, silicones, adhésif, époxy, etc.) présentent de bonnes capacités d'amortissement grâce à leur comportement viscoélastique. Les composites présentent aussi de bonnes propriétés d'amortissement qui proviennent de la capacité d'amortissement de matrice et/ou bien de renfort, de l'amortissement thermoélastique du flux de chaleur circulant de la région en contrainte de compression vers la région en contrainte de traction, du frottement de glissement aux interfaces fibre/matrice pas bien adhérentes, la dissipation survenant sur les sites de fissures ou de délaminage [Gib92].

Actuellement, les matériaux de base de la structure sont en général en métaux conventionnels (acier et aluminium). Un traitement de surface des structures en utilisant les matériaux viscoélastiques permet aussi d'améliorer la capacité d'amortissement de la structure [Rao03] [Ghi13]. Récemment, la tendance à remplacer les matériaux métalliques par des composites est en progression, particulièrement dans l'industrie automobile et aéronautique. Les composites ont été utilisés pour les portes, le bac de stockage, etc. de la voiture.

La détermination expérimentale du facteur d'amortissement d'un matériau ou d'une structure est un problème compliqué. Plusieurs facteurs influencent la précision de l'essai de mesure comme : l'aérodynamique exercée sur l'éprouvette, l'onde acoustique dans l'ambiance, le frottement au niveau du support d'encastrement, le poids de l'accéléromètre attaché. L'amortissement de l'air influence fortement les essais de flexion. Particulièrement, l'amortissement de l'air n'est pas linéaire, il augmente avec l'augmentation de l'amplitude de vibration. Le frottement au niveau du support peut aussi dissiper l'énergie de vibration. En plus, la rigidité du support doit être suffisamment plus grande que la rigidité de l'éprouvette pour que la déformation mesurée s'exerce en majorité dans l'éprouvette. Sinon toutes les deux valeurs de module et d'amortissement ne seront pas correctes. Pour cette raison, les machines de mesure sont généralement développées pour caractériser les matériaux de rigidité faible et ne sont pas adaptées pour les éprouvettes de rigidité élevée [Gib92]. Donc, le résultat

expérimental est souvent plus grand que l'amortissement véritable du matériau ou de la structure. Pour obtenir la bonne valeur d'amortissement d'une éprouvette ou d'une structure, il faut donc limiter au maximum les influences extérieures.

Pour déterminer expérimentalement l'amortissement du matériau, comme mentionné antérieurement, on peut utiliser le rhéomètre et faire des essais dynamiques sur des éprouvettes du matériau. Pour une structure ou la taille de la structure dépasse la limite de la machine de mesure, le rhéomètre n'est plus adapté. Dans ce cas, il existe deux méthodes principales de détermination de l'amortissement comme : la méthode du décrement logarithmique et la méthode de bande passante.

Dans la méthode du décrement logarithmique, la réponse de structure sous une force libre est tracée en fonction du temps (Figure 1.26), le décrement logarithmique est déterminé par la formule :

$$\Delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_0}{x_n}\right) \quad (1.8)$$

Où :  $x_0$  : amplitude du cycle 0.  $x_n$  : amplitude du cycle  $n$

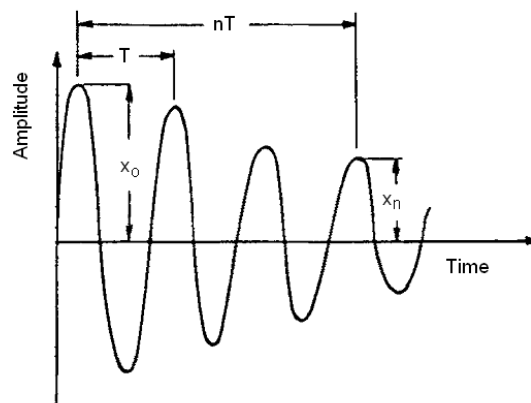


Figure 1.26 : Décroissance de la réponse de la structure

Sous l'hypothèse que l'amortissement est faible, le facteur d'amortissement est approché par l'équation :

$$\eta = \frac{\Delta}{\pi} \quad (1.9)$$

La méthode de bande passante utilise la courbe de réponse en fréquence (Figure 1.27). Le facteur d'amortissement est déterminé par :

$$\eta = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_r}$$

où :  $\omega_r$  : fréquence de résonance.  $\omega_1$  et  $\omega_2$  : fréquences correspondant aux points de demi-puissances autour de la fréquence de résonance considérée.

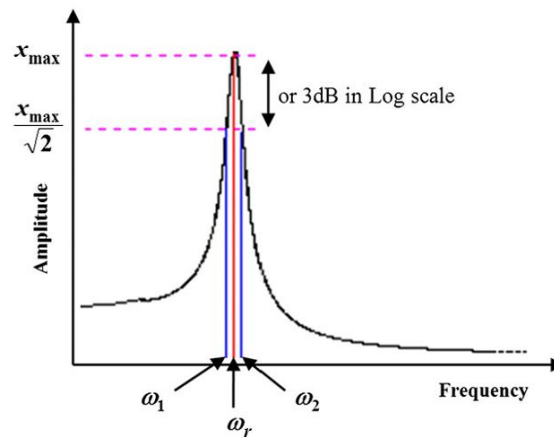


Figure 1.27 : Méthode de bande passante

## 1.5. Application des matériaux composites dans les machines et robots

Actuellement, les robots sont généralement fabriqués à partir de matériaux métalliques (acier ou aluminium) qui présentent des rigidités élevées, mais leurs masses volumiques sont importantes et leurs capacités d'amortissement sont assez faibles. Ces inconvénients limitent les performances des machines et robots en termes d'accélération, vitesse et précision. Les matériaux composites présentent l'avantage de combiner des matériaux différents pour s'adapter aux nombreuses exigences telles que : masse volumique faible, résistances et rigidités élevées, bonne capacité d'amortissement, etc. Ces matériaux sont déjà beaucoup utilisés dans plusieurs domaines comme : l'industrie automobile, l'aérospatiale, etc. Il y a en ce moment une tendance à utiliser des composites dans les machines et robots.

En 1987, Asada et al. [Asa87] ont développé un bras robotique en matériau composite à fibre de carbone. La forme du bras est un cylindrique creux. C'est la première tentative d'utilisation de matériau composite dans les robots. Lee et al. ont utilisé le composite à fibres de carbone pour concevoir un bras robotique [Lee91]. La séquence d'empilement du composite a été optimisée. D'après les résultats de l'étude, la rigidité statique, la fréquence naturelle et la masse du bras composite ont été considérablement améliorées par rapport au bras en aluminium. Cette étude est considérée comme étant la première conception en matériau composite d'un bras robotique, une conception effectuée de façon systématique.

En 1993, un robot anthropomorphique en matériau composite à fibres de carbone a été développé par Lee et al. [Lee93]. La capacité de charge transportable et la précision de ce

robot ont été améliorées par rapport au robot en acier. Caprino et al. ont conçu des bras robotiques en composite dans le but de maximiser les fréquences propres du système robotique [Cap95].

Choi et al. ont utilisé des composites à fibres de carbone pour reconcevoir une broche de machine afin d'augmenter sa capacité d'amortissement [Cho97]. Le composite à fibre de carbone/époxy a été fabriqué à partir des pré-imprégnés. La séquence d'empilement des fibres et l'angle d'orientation ont été pris en compte pour adapter les propriétés de la broche de façon à avoir un module de flexion élevé, une fréquence propre élevée et un module de torsion modéré. D'après les résultats, la première fréquence naturelle de la broche composite augmente de 1.1 fois, le facteur d'amortissement augmente de 6.8 fois, et la masse diminue de 29.6 fois par rapport aux valeurs de la broche initiale en acier. Donc, les auteurs ont conclu qu'un système avec une broche composite avait des meilleures performances mécaniques et une meilleure productivité d'usinage, d'équilibrage et de manipulation.

Dans le but d'augmenter la vitesse et la précision d'une machine à électroérosion, son bras de guidage a été reconçu en matériau composite à fibre de carbone par C.S. Lee et al. [Lee01]. Pour la conception du bras, la rigidité du bras composite a été choisie égale à celle du bras conventionnel en fonte. Des analyses statiques et dynamiques pour comparer les performances des bras ont été exécutées par deux méthodes : numérique et expérimental. Les auteurs constatent que la masse du bras composite est 2.36 fois plus petite que celle du bras en fonte, et son comportement dynamique est sensiblement meilleur.

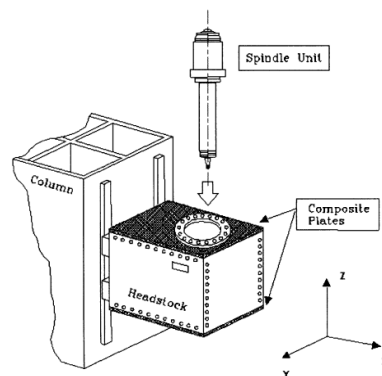


Figure 1.28 : Forme de la poupée mobile en acier avec renfort en composite

Chang et al. ont utilisé un composite à renfort de tissu de verre pour renforcer la poupée mobile d'une machine de précision élevée (Figure 1.28). Avec cette conception, la rigidité et l'amortissement de la structure renforcée augmentent respectivement de 12% et de 212% [Cha01].

Suh et al. [Suh01] ont utilisé un composite de matrice époxy renforcée par des fibres de carbone comme matériau d'amortissement pour la surface d'une broche dans une machine à



vitesse élevée. La capacité d'amortissement et la rigidité en fonction de l'angle d'orientation des fibres sont d'abord étudiées pour choisir l'angle d'orientation approprié. Une étude numérique et expérimentale a été réalisée. D'après cette étude, le facteur d'amortissement de la broche en traitement de surface était supérieur d'environ 3-5 fois à celui de la broche sans traitement dans l'intervalle de fréquences de fonctionnement.

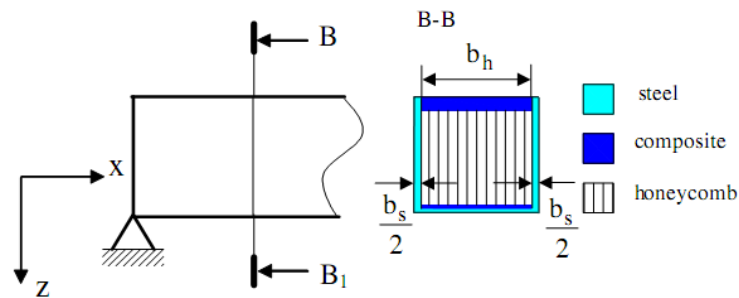


Figure 1.29 : Poutre de boîte hybride pour réduire la flèche de cisaillement [Lee04]

D.G. Lee et al. ont amélioré les performances d'une fraiseuse à haute vitesse [Lee04]. La glissière horizontale (X-glissière) et la glissière verticale (Y-glissière) de la machine ont été reconçues en un matériau de structure sandwich hybride (Figure 1.29). Un composite unidirectionnel carbone/époxy et un composite en tissu de verre ont été utilisés pour les peaux, et des fibres d'aramide en forme de nid d'abeille ont été utilisées pour l'âme. Dans tous les composites, les fibres de renfort sont tous disposées dans la direction longitudinale de la glissière. Les tests d'impulsion sur les glissières en acier et sur les glissières hybrides ont été réalisés dans des conditions aux limites libre-libre pour vérifier l'effet du renforcement du composite sur les caractéristiques dynamiques. Les modes de vibration et le facteur d'amortissement  $\eta$  de structure ont été déterminés. Les résultats montrent que les masses de la X-glissière hybride et de l'Y-glissière hybride ont été réduites respectivement de 26% et de 34% et les facteurs d'amortissement de la glissière hybride en X et de la glissière hybride en Y ont augmenté de 1.5 à 5.7 fois par rapport à ceux des structures traditionnelles.

Dans l'étude de Cho et al. [Cho11], un organe de la machine en acier inoxydable et en aluminium ont été reconçus en polymère renforcé par des fibres de carbone et d'un béton de résine pour améliorer la rigidité structurelle, augmenter la capacité d'amortissement et réduire la masse de la machine. L'organe et ses remplaçants sont présentés dans la Figure 1.30. Une analyse par la méthode des éléments finis a été réalisée pour calculer le déplacement statique, les fréquences naturelles et les modes correspondants. Ensuite, des essais dynamiques ont été réalisés pour vérifier l'analyse numérique et déterminer l'amortissement. Les résultats finaux montrent que la structure reconçue est plus légère de 36,8% et que sa rigidité structurelle

augmente de 16%. De plus, les facteurs d'amortissement de cette structure augmentent entre 2,82% et 3,64%.

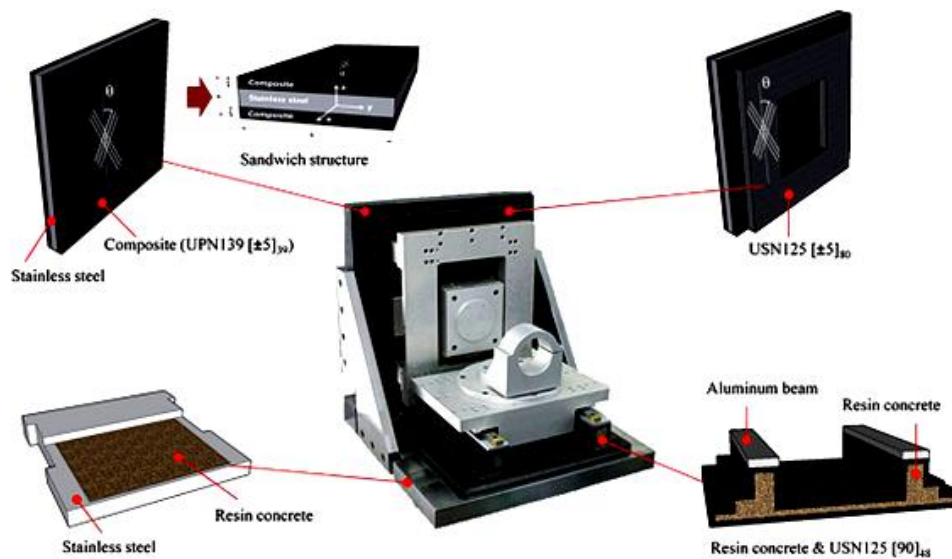


Figure 1.30 : Conception d'une table d'usinage [Cho11]

Dans le domaine de l'automobile, les composites à fibres végétales sont de plus en plus utilisés pour réduire la masse de la voiture et s'adapter aux critères d'environnement, d'émission de CO<sub>2</sub> qui deviennent de plus en plus critiques dans la vie moderne. En 1996, Mercedes-Benz a utilisé un composite jute/époxy pour les vantaux de la voiture classe E. L'Audi a fabriqué la garniture de porte de la voiture A2 avec un composite de matrice polyuréthane renforcée par les fibres de lin mélangées avec les fibres de sisal en 2000. Récemment, Ford a choisi un composite de renfort de paille de blé pour le bac de stockage et le couvercle intérieur de la voiture 2010 Flex crossover [Kor12].

## 1.6. Conclusion

Le robot 3CRS étudié dans notre recherche est une nouvelle architecture des robots parallèles à 6 degrés de liberté. La conception et l'espace de travail du robot ont été étudiés. Mais, aucune caractérisation des comportements statiques et dynamiques du robot n'est faite.

Pour améliorer les performances du robot 3CRS, on souhaite ici utiliser un matériau composite pour reconcevoir les segments des bras du robot afin d'augmenter ses performances. On voit qu'une optimisation de la forme du segment est un travail nécessaire et doit être faite en premier lieu.

On constate qu'en ce moment les matériaux composites ont été déjà appliqués dans les robots et machines mais surtout les composites à fibres synthétiques, en particulier, les fibres de carbone en raison de leur module et leur résistance élevée. Mais, les composites à fibres

synthétiques présentent souvent une faible capacité d'amortissement et un mauvais impact à l'environnement. Par ailleurs, les composites à fibres végétales présentent des faibles densités, des capacités d'amortissement élevées et des capacités de dégradation biologique. Il existe aujourd'hui une tendance à remplacer les fibres synthétiques par les fibres végétales dans les composites mais surtout pour les pièces faiblement sollicitées. Il y a encore donc peu d'applications des composites végétaux dans le domaine robotique puisque les modules d'Young des composites à renfort végétal ne sont pas suffisamment élevés par rapport aux besoins dans les machines et robots. On voit qu'un composite hybride à fibres synthétiques et végétales peut allier les avantages des deux types de renfort et peut-être appliqué pour les pièces en sollicitation plus élevée.

Pour optimiser la structure du composite, un modèle d'homogénéisation du composite doit être établi. Le matériau composite présente souvent un comportement viscoélastique avec une bonne capacité d'amortissement qui peut donc améliorer la capacité d'amortissement des vibrations du robot. Pour prendre en compte cet effet, le modèle d'homogénéisation doit permettre de calculer les facteurs d'amortissement du matériau.

Les points principaux de ce travail dans le cadre de cette thèse sont donc les suivants :

1. Une étude pour caractériser les comportements statiques et dynamiques du robot 3CRS. Un modèle de comportement qui prend en compte les flexibilités des composants du robot et aussi des propriétés viscoélastiques des matériaux sera établi.
2. Une optimisation de la forme du segment en composite pour l'adapter aux sollicitations du robot 3CRS.
3. Une étude sur un composite hybride de renfort à fibres synthétiques et fibres végétales. Sa structure sera optimisée en utilisant un modèle d'homogénéisation analytique qui prend en compte le comportement viscoélastique de ses constituants.
4. Une première application d'un composite hybride qui comprend les fibres végétales dans le domaine robotique.

## Chapitre 2 :

# Caractérisation statique et dynamique du robot parallèle 3CRS

### Sommaire

2.1. Introduction .....	56
2.2. Généralité.....	56
2.3. Modèle géométrique inverse du robot 3CRS .....	59
2.4. Formulation analytique.....	61
2.4.1. Matrice de rigidité.....	62
2.4.2. Matrice de masse .....	64
2.4.3. Contraintes cinématiques des liaisons passives .....	65
2.4.4. Equations de Lagrange.....	67
2.5. Validation numérique du modèle analytique.....	69
2.5.1 Modèle d'éléments finis .....	69
2.5.2. Comparaison des modèles .....	71
2.6. Validation expérimentale du modèle analytique .....	73
2.6.1. Essai statique.....	73
2.6.2. Essai dynamique .....	74
2.6.3. Comparaison des résultats .....	75
2.7. Analyse de la rigidité statique .....	77
2.7.1. Caractérisation de la rigidité statique.....	77
2.7.2. Rigidité du robot dans l'espace de travail et discussion .....	78
2.7.2.1. Rigidité du robot en fonction de la position de la plate-forme .....	78
2.7.2.2. Rigidité du robot en fonction de l'orientation de la plateforme .....	80
2.7.3. Influence des déformations de la plateforme .....	79
2.8. Analyse dynamique .....	82
2.9. Conclusions .....	84

## 2.1. Introduction

La compréhension du comportement mécanique d'un robot est nécessaire pour sa conception et son exploitation optimale. Un modèle analytique est généralement utilisé pour analyser la structure du robot. Le modèle analytique a un temps de calcul rapide et convient pour l'optimisation de la conception ainsi que pour la programmation de la commande. Ce chapitre présente la modélisation et la caractérisation statique et dynamique du robot manipulateur parallèle 3C<sub>RS</sub>. La méthode de calcul proposée est basée sur une formulation analytique, appelée l'analyse des matrices structurales (AMS). Afin de réaliser les analyses statiques et modales sous les conditions de contraintes de liaisons, les équations de Lagrange avec multiplicateurs sont utilisées. Les résultats sont comparés à ceux d'une analyse du modèle des éléments finis (MEF) du robot, dont les composants sont construits par des éléments solides pour avoir un modèle proche de la réalité. L'influence des déformations de la plateforme sur la rigidité du robot est aussi discutée. Enfin, la rigidité et les fréquences propres sont déterminées et cartographiées dans l'espace de travail cartésien du robot.

## 2.2. Généralités

Le robot 3C<sub>RS</sub>, qui fait l'objet de cette étude, est un manipulateur parallèle à 6-DDL. Il a été proposé par B.C. Bouzgarrou [Arr11]. Le robot est composé de trois chaînes cinématiques identiques reliant la base fixe "B" à la plateforme mobile "P". Chaque chaîne cinématique est formée par une liaison prismatique suivie d'une liaison pivot, toutes les deux motorisées. Ces deux liaisons ont le même axe, et donc peuvent être considérés comme une liaison cylindrique motorisée (notée C). Ensuite, c'est une liaison rotoïde passive (notée R) suivie d'une liaison sphérique passive (notée S) dans l'ordre respectif. C'est ainsi que le robot a été appelé 3C<sub>RS</sub>. La Figure 2.1 présente le robot 3C<sub>RS</sub> et son graphe de liaison. On voit que le robot proposé possède moins de jambes que la plateforme Gough-Stewart ; ce qui simplifie considérablement l'analyse cinématique, la caractérisation statique et dynamique, la planification et le contrôle des mouvements du robot.

La conception et l'espace de travail du robot 3C<sub>RS</sub> ont été discutés dans [Arr11] [Arr12]. La détermination de la rigidité du robot et de ses modes propres de vibration est très importante car elle permet de prédire ses performances en termes de précision, de positionnement, de capacité de charge et d'accélération [Deb06]. Ce chapitre vise donc à caractériser les performances statiques et dynamiques du robot 3C<sub>RS</sub> en vue d'améliorer sa conception en utilisant un matériau composite.

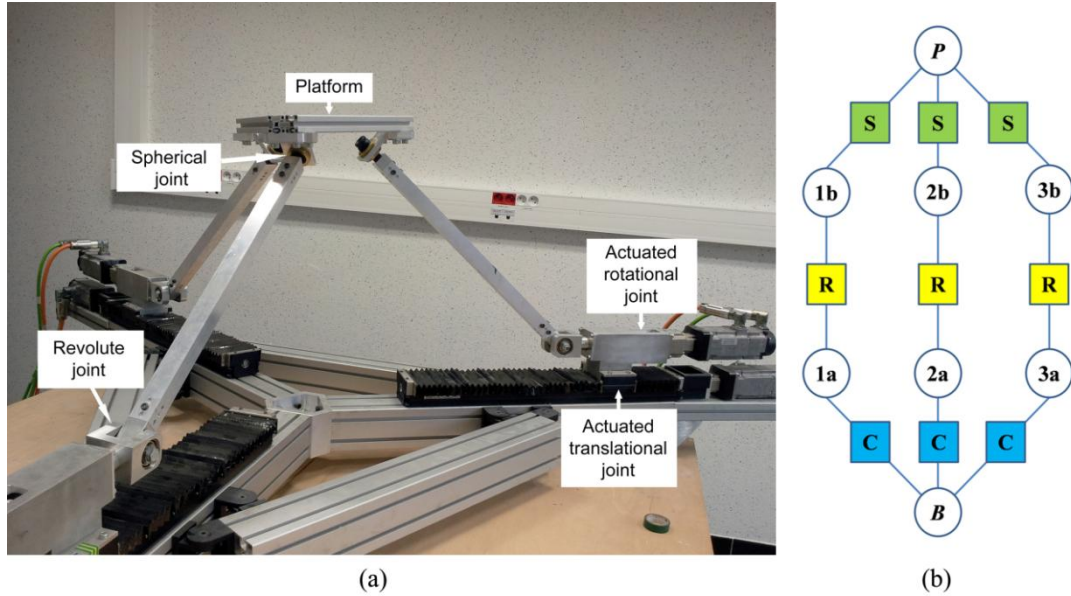


Figure 2.1 : a) Robot 3CRS b) Graphe de liaison

Les performances du robot peuvent être évaluées par une approche analytique et/ou une approche numérique. Les approches analytiques utilisent souvent des hypothèses pour simplifier la structure du robot. En général, les méthodes analytiques établissent une équation entre la raideur du robot et de sa configuration dans l'espace cartésien ou articulaire. Dans la littérature [Deb06] [Rug12] [Kli14], il y a trois méthodes analytiques principales : le calcul de la matrice jacobienne (CMJ), la méthode des flexibilités articulaires de transmission (JFT) et la méthode d'analyse des matrices structurales (AMS).

Les méthodes CMJ et JFT se basent sur l'hypothèse de corps rigide où les éléments du robot sont supposés infiniment rigides. La rigidité du robot est donc calculée en fonction des raideurs articulaires actionnées et la matrice jacobienne [Che13] [Elk99] [Zha04]. La particularité de la méthode JFT est qu'elle ajoute des liaisons flexibles virtuelles dans le modèle afin de prendre en compte les rigidités des éléments de structure. Un élément flexible est donc remplacé par un élément rigide lié à un joint flexible virtuel. Par conséquent, la méthode JFT est plus précise que la méthode CMJ. Cette méthode est très utilisée dans l'analyse des robots [Gos02] [Bou02] [Maj07] [Rug12].

La méthode AMS se base sur la théorie des éléments finis, elle est donc une méthode qui prend en compte les flexibilités distribuées des éléments [Deb06] [Hua02] [Li08] [Cli97]. Dans cette méthode, un seul élément est représenté par des matrices de rigidité ou de masse de taille  $12 \times 12$  pour une poutre Euler-Bernoulli [Deb06] [Li08] ou une matrice  $6 \times 6$  pour une barre en traction compression [Cli97]. En général, la matrice de rigidité totale est assemblée en utilisant le principe de superposition [Cli97] [Li08]. Cette méthode permet d'étudier complètement la structure du robot. Mais elle nécessite souvent un effort de calcul important

et attentif en superposant des matrices relativement grandes, en particulier aux nœuds de liaison passive où il y a des ddl non communs. Par conséquent, cette approche est encore peu développée dans les études de robots.

L'équation de Lagrange avec multiplicateurs est une équation connue pour traiter des problèmes de maximisation ou minimisation [Ben03]. Deblaise a utilisé cette équation sous la condition de maximisation de l'énergie potentielle pour former la matrice de rigidité du robot Delta [Deb06]. Cette application permet d'étudier séparément les liaisons en les remplaçant par des équations de contraintes de connexion. Ce qui simplifie donc considérablement la formulation de la matrice de rigidité totale du robot.

L'approche numérique est généralement basée sur la méthode des éléments finis (MEF). L'élément de poutre, de coque ou l'élément solide peuvent être utilisés pour modéliser des segments du robot alors que des éléments de type de ressort sont utilisés pour modéliser la rigidité des transmissions ou des composants de guidages. L'inconvénient de la MEF est son coût de calcul qui peut être élevé lorsqu'il est nécessaire d'adapter le maillage en fonction de la configuration du robot. La taille des modèles ne permet pas leur utilisation dans une commande temps réel. Cependant, la MEF fournit des résultats relativement fiables et précis. Par conséquent, cette méthode est souvent utilisée pour vérifier les approches analytiques [Che13] [Elk99] [Maj07] [Maj07] [Hua02] [Li08], caractériser et comparer les performances des robots [Bou04] [Riz06]. Le modèle utilisant des éléments de poutre est souvent employé pour modéliser les robots composés des composants longs et de simples formes [Deb06][Elk99]. Pour les robots constitués des composants de forme complexe, les éléments solides sont généralement utilisés [Bou04] [Riz06] [Pin09].

Ce chapitre présente une caractérisation statique et dynamique du robot parallèle 3CRS dans son espace de travail. Afin de tenir compte de toute la structure du robot, la méthode AMS est appliquée. Ici, les contraintes de liaisons passives sont séparément considérées. Afin de combiner la méthode AMS avec des équations de contraintes, les équations de Lagrange avec multiplicateurs sont utilisées. Cette technique permet de réaliser avec la même formulation des analyses statiques et dynamiques linéaires (section 2.4). Les résultats obtenus seront comparés à ceux obtenus par la MEF (section 2.5) et par l'expérimentation (section 2.6).

La section 2.7 est consacrée à l'analyse de la rigidité du robot, l'influence de la raideur de la plateforme mobile sur la rigidité du robot est également étudiée. La caractérisation dynamique du robot 3CRS, basée sur une analyse modale, est présentée dans la section 2.8.



### 2.3. Modèle géométrique inverse du robot 3CRS

Tout d'abord, le modèle géométrique inverse du robot 3CRS est déterminé. Une chaîne cinématique du robot 3CRS est représentée dans la Figure 2.2. Le point  $E$  est le centre de la plateforme mobile (effecteur). Les points  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) sont les sommets de cette plateforme et les centres des liaisons rotules à l'extrémité du segment  $A_iB_i$ . Les points  $A_i$  sont les points bas de chaque segment. On pose  $\alpha_{1,2,3} = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$  qui sont les angles pour localiser les points  $B_i$  dans le système de coordonnées local de l'effecteur et pour déterminer aussi l'orientation des chaînes cinématiques du robot. On note que  $R_0$ ,  $R_E$  et  $R_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) respectivement le système de coordonnées global, le système de coordonnées local de l'effecteur et les systèmes de coordonnées locaux des jambes  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

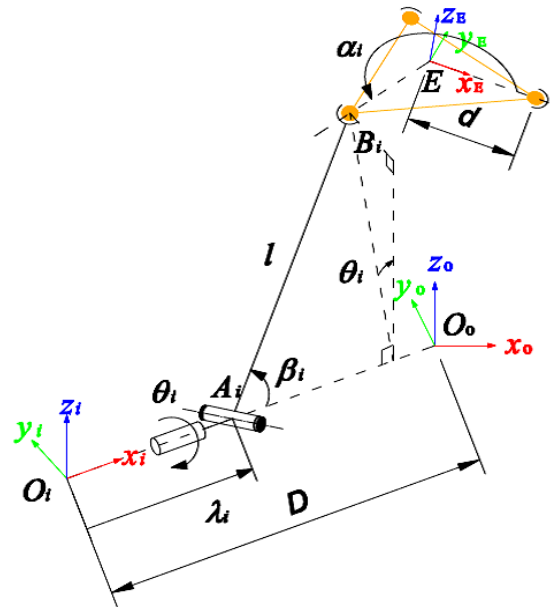


Figure 2.2 : Une chaîne cinématique du robot 3CRS

Dans le système de coordonnées global, la configuration du robot est caractérisée par six variables de position et d'orientation de l'effecteur : trois translations dans les trois directions des axes, et les trois angles (angles d'Euler). Donc, les variables dans l'espace cartésien de la plateforme sont  $\{X_E, Y_E, Z_E, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z\}$ . Chaque chaîne cinématique a deux variables actionnées : une variable de la liaison prismatique  $\lambda_i$  et une variable de la liaison pivot  $\theta_i$ . Les variables des articulations motorisées sont donc :  $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ .

On note par  $\mathbf{b}_i^{R_E}$  le vecteur des coordonnées du point  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) dans le système de coordonnées  $R_j$  ( $j = E, 0, 1, 2, 3$ ).

Dans le système de coordonnées local  $R_E$  de la plateforme, on a :



$$\mathbf{b}_i^{\mathbf{R}_E} = [X_{Bi} \ Y_{Bi} \ Z_{Bi} \ 1]^T_{\mathbf{R}_E} = [d \cos \alpha_i \ d \sin \alpha_i \ 0 \ 1]^T \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.1)$$

Où  $d$  est la distance du centre de l'effecteur  $E$  au sommet de la plateforme  $B_i$ . Les coordonnées de  $B_i$  dans le système de coordonnées global  $\mathbf{R}_0$  sont déterminées par :

$$\mathbf{b}_i^{\mathbf{R}_0} = \mathbf{T}_{0E} \mathbf{b}_i^{\mathbf{R}_E} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.2)$$

Où  $\mathbf{T}_{0E}$  est la matrice de transformation homogène du système de coordonnées global  $\mathbf{R}_0$  au système de coordonnées local de la plateforme  $\mathbf{R}_E$  :

$$\mathbf{T}_{0E} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_x(\varphi_x) \mathbf{R}_y(\varphi_y) \mathbf{R}_z(\varphi_z) & \begin{matrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{matrix} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$\mathbf{R}_x$ ,  $\mathbf{R}_y$ ,  $\mathbf{R}_z$  sont les matrices de rotation en fonction des angles d'orientation de la plateforme  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$ .

Les coordonnées de  $B_i$  dans le système de coordonnées local  $\mathbf{R}_i$  peuvent être déterminées comme suit :

$$\mathbf{b}_i^{\mathbf{R}_i} = \mathbf{T}_{0i}^{-1} \mathbf{b}_i^{\mathbf{R}_0} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.4)$$

Où  $\mathbf{T}_{0i}$  est la matrice de transformation homogène du système de coordonnées global  $\mathbf{R}_0$  au système de coordonnées local  $\mathbf{R}_i$ . Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{T}_{0i} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i + \pi) & -\sin(\alpha_i + \pi) & 0 & D \cos \alpha_i \\ \sin(\alpha_i + \pi) & \cos(\alpha_i + \pi) & 0 & D \sin \alpha_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.5)$$

Où  $D$  est la distance de l'origine  $O_0$  du système de coordonnées global à l'origine  $O_i$  du système de coordonnées local de la jambe  $i$ .

Pour calculer les variables articulaires actionnées, nous utilisons les relations géométriques dans le système de coordonnées local de la jambe  $i$ . Dans le système de coordonnées local  $\mathbf{R}_i$ , on note par  $\mathbf{a}_i^{\mathbf{R}_i} = \mathbf{O}_i \mathbf{A}_i = [\lambda_i \ 0 \ 0]^T_{\mathbf{R}_i}$  (le vecteur des coordonnées du point  $A_i$ ) et  $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = \mathbf{l}$  (le vecteur de coordonnées du segment  $A_i B_i$ ).

La relation géométrique peut être écrite comme suit :

$$\mathbf{b}_i^{\mathbf{R}_i} = \mathbf{a}_i^{\mathbf{R}_i} + \mathbf{l} = [X_{Bi} \ Y_{Bi} \ Z_{Bi}]^T_{\mathbf{R}_i} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.6)$$

où  $X_{Bi}$ ,  $Y_{Bi}$ ,  $Z_{Bi}$  sont les coordonnées du point  $B_i$  calculées dans le repère local  $R_i$  comme dans l'équation (2.4).

On a donc :

$$\mathbf{l} = \mathbf{b}_i^{R_i} - \mathbf{a}_i^{R_i} = [X_{Bi} - \lambda_i \quad Y_{Bi} \quad Z_{Bi}]_{R_i}^T \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.7)$$

Puisque la longueur du segment  $A_iB_i$ , notée  $l$ , est constante, on obtient l'équation :

$$|\mathbf{l}| = l \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{l}|^2 = l^2 \quad (2.8)$$

À partir des équations (2.6), (2.7) et (2.8), le déplacement en translation de l'actionneur  $i$  ( $i=1, 2, 3$ ) est déterminé par :

$$\lambda_i = X_{Bi} \pm \sqrt{l^2 - Y_{Bi}^2 - Z_{Bi}^2} \quad (2.9)$$

A partir du schéma géométrique (Fig. 2), on peut voir que la variable articulaire de rotation  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) de la chaîne cinématique  $i$  est donnée par :

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{-Y_{Bi}}{Z_{Bi}}\right) \quad (2.10)$$

L'angle de rotation  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) du segment  $A_iB_i$  dans son plan de mouvement est également déterminé par :

$$\beta_i = \arcsin\left(\frac{\sqrt{Y_{Bi}^2 + Z_{Bi}^2}}{L}\right) \quad (2.11)$$

Les dimensions géométriques du robot 3CRS sont présentées dans le Tableau 2.1 :

Tableau 2.1 : Dimensions géométriques du robot 3CRS

Paramètre	Dimension (mm)
$d$	115
$D$	800
$l$	595

## 2.4. Formulation analytique

La méthode analytique proposée pour modéliser le comportement du robot est une combinaison de la méthode AMS et des équations de Lagrange avec multiplicateurs. Pour mettre en œuvre cette méthode, la matrice de rigidité, de masse et de contraintes cinématiques doivent être déterminées.

### 2.4.1. Matrice de rigidité

Pour définir la matrice de rigidité, la structure du robot est d'abord décomposée en sept parties comme présentées dans la Figure 2.3. Trois parties désignées par  $J_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) sont reliées à la base par un élément de traction-torsion et des contraintes de liaison cylindrique. Les éléments de traction-torsion permettent de prendre en compte les flexibilités des actionneurs cylindriques. A l'autre extrémité, la partie  $J_i$  est connectée à une partie désignée par  $L_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), par une liaison rotule rotoïde. La partie E est l'effecteur du robot qui est connecté avec les parties  $L_i$  par des liaisons sphériques passives. Toutes ces parties se constituent des sous-éléments qui sont des éléments poutres 3D.

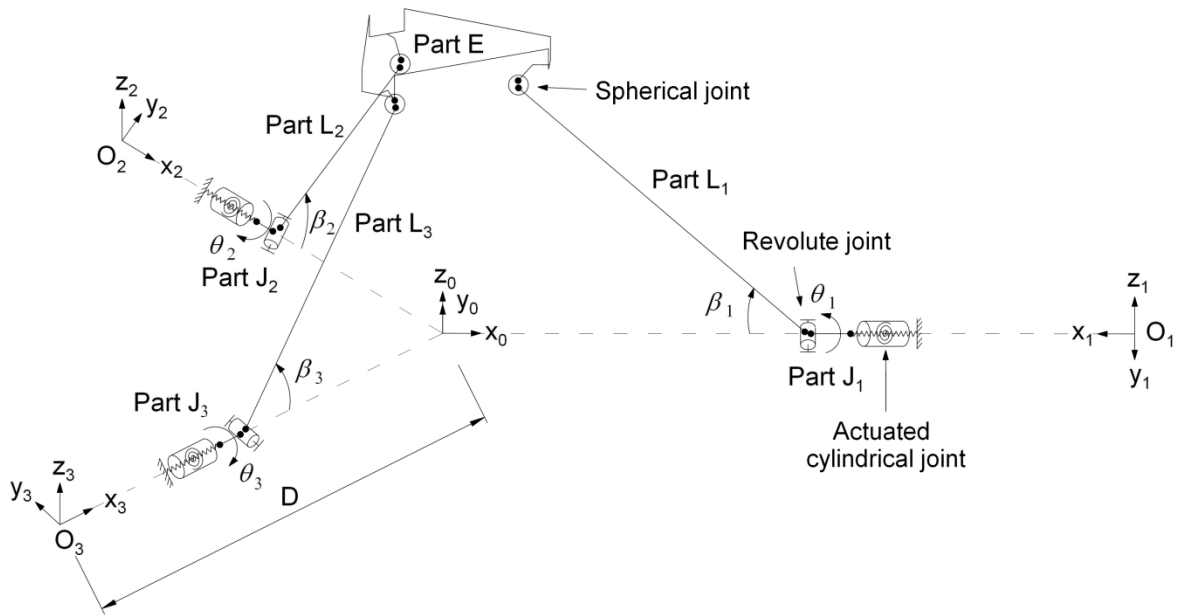


Figure 2.3 : Représentation schématique du robot 3CRS

La matrice de rigidité d'un élément exprime la relation entre la force appliquée sur l'élément et le déplacement de l'élément,  $\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{u}$ . Un élément poutre 3D a deux nœuds avec six degrés de liberté à chaque nœud ( $u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ ). La matrice de rigidité d'un élément poutre 3D est donc de taille 12x12 et peut être déterminée comme dans [Moh12] :

(2.12)

$$(2.13)$$

Où  $K_{xx}$  est la rigidité en translation et  $G_{xx}$  est la rigidité en rotation de l'actionneur. Ces valeurs ont été expérimentalement déterminées, on a :  $K_{xx}=2.282E8$  (N/m),  $G_{xx}=2.788E3$  (Nm.rad-1).

La matrice de rigidité  ${}^{R_i}\mathbf{K}_i$  de la partie  $i$  ( $i = E, L_1, L_2, L_3, J_1, J_2, J_3$ ) peut être déterminée par la superposition des matrices de rigidité de ses sous-structures dans le système de coordonnées local. Cette opération est la superposition des matrices 6x6 correspondant aux 6 degrés de liberté des nœuds communs.

Ensuite, la matrice de rigidité de la partie  $i$  est calculée dans le système de coordonnées global comme suit :

$${}^{R_0}\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_i^{-1} {}^{R_i}\mathbf{K}_i \mathbf{P}_i \quad (2.14)$$

Avec  $\mathbf{P}_i$  est la matrice de transformation de rotation du système de coordonnées  $R_i$  au système de coordonnées  $R_0$ .  $\mathbf{P}_i$  est une matrice bloc-diagonale composée des matrices de rotation  $R_{i0}$  3x3 calculées en fonction des variables articulaires du robot :

Pour la partie  $J_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), la matrice de rotation  $R_{Ji0}$  est :

$$\mathbf{R}_{Ji0} = \mathbf{R}_X(-\theta_i)\mathbf{R}_Z(-\pi - \alpha_i) \quad (2.15)$$

Pour la partie  $L_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), la matrice de rotation  $R_{Li0}$  est :

$$\mathbf{R}_{Ji0} = \mathbf{R}_Y(\beta_i)\mathbf{R}_X(-\theta_i)\mathbf{R}_Z(-\pi - \alpha_i) \quad (2.16)$$

Pour la plateforme E, la matrice de rotation  $R_{E0}$  est :

$$\mathbf{R}_{E0} = \mathbf{R}_Y(-\varphi_y)\mathbf{R}_X(-\varphi_x)\mathbf{R}_Z(-\varphi_z) \quad (2.17)$$

Où  $\mathbf{R}_X$ ,  $\mathbf{R}_Y$  et  $\mathbf{R}_Z$  sont les matrices de transformation de rotation autour des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . On note  $\mathbf{K}_i = \text{diag}[\mathbf{K}_{Ji} \quad \mathbf{K}_{Li}]$  la matrice de rigidité de chaque jambe  $i$  ( $i=1, 2, 3$ ) du robot et  $\mathbf{K}_E$  la matrice de rigidité de la plateforme. Par la suite, la matrice de rigidité du robot entier est :

$$\mathbf{K} = \text{diag}[\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2 \quad \mathbf{K}_3 \quad \mathbf{K}_E] \quad (2.18)$$

## 2.4.2. Matrice de masse

En 3D, la matrice de masse d'un élément poutre d'Euler-Bernoulli est donnée par [Moh12] :

$$\mathbf{M}_e = \rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & \frac{11L}{210} & 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & 0 & \frac{-13L}{420} \\ \frac{13}{35} & 0 & -\frac{11L}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & \frac{13L}{420} & 0 & 0 \\ \frac{I_y + I_z}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_y + I_z}{6A} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{105} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13L}{420} & 0 & \frac{-L^2}{140} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{105} & 0 & \frac{13L}{420} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-L^2}{140} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-11L}{210} & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{11L}{210} & 0 & 0 \\ \frac{I_y + I_z}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{105} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{105} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

De la même façon que dans la section précédente, la matrice de masse de chaque partie est calculée par la méthode de superposition dans le système de coordonnées local. La matrice de la masse de la partie  $i$  dans le système de coordonnées global est déterminée par l'équation suivante :

$${}^{R_0}\mathbf{M}_i = \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{R}_i \mathbf{M}_i \mathbf{P}_i \quad (2.20)$$

La matrice de masse de chaque jambe  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) est  $\mathbf{M}_i = \text{diag}[\mathbf{M}_{J_i} \ \mathbf{M}_{L_i}]$  où  $\mathbf{M}_{J_i}$  et  $\mathbf{M}_{L_i}$  sont les matrices de masse des parties  $J_i$  et  $L_i$  dans le système de coordonnées global  $R_0$ . On pose  $\mathbf{M}_E$  la matrice de masse de l'effecteur. Donc, la matrice de masse du robot entier est :

$$\mathbf{M} = \text{diag}[\mathbf{M}_1 \ \mathbf{M}_2 \ \mathbf{M}_3 \ \mathbf{M}_E] \quad (2.21)$$

### 2.4.3. Contraintes cinématiques des liaisons passives

**Liaison pivot.** Si on considère la liaison pivot entre deux nœuds  $m$  et  $n$  des parties  $J_i$  et  $L_i$ , dans le système de coordonnées local  $R_{J_i}$ , les trois déplacements relatifs et deux rotations autour de l'axe  $x$  et  $z$  de ces nœuds sont les mêmes, mais leur rotation relative autour de l'axe  $y$  est libre.

On pose  $\mathbf{x}_m^{R_{J_i}} = \begin{bmatrix} u_m & v_m & w_m & \varphi_{xm} & \varphi_{ym} & \varphi_{zm} \end{bmatrix}_{R_{J_i}}^T$  et  $\mathbf{x}_n^{R_{J_i}} = \begin{bmatrix} u_n & v_n & w_n & \varphi_{xn} & \varphi_{yn} & \varphi_{zn} \end{bmatrix}_{R_{J_i}}^T$  qui sont respectivement les vecteurs de déplacement des nœuds  $m$  et  $n$  dans le système de coordonnées local  $R_{J_i}$ .

On pose  $\mathbf{x}_m^{R_0} = \begin{bmatrix} u_m & v_m & w_m & \varphi_{xm} & \varphi_{ym} & \varphi_{zm} \end{bmatrix}_{R_0}^T$  et  $\mathbf{x}_n^{R_0} = \begin{bmatrix} u_n & v_n & w_n & \varphi_{xn} & \varphi_{yn} & \varphi_{zn} \end{bmatrix}_{R_0}^T$  les vecteurs des déplacements des nœuds  $m$  et  $n$  dans le système de coordonnées global  $R_0$ . Les contraintes cinématiques articulaires peuvent être exprimées par un système des équations sous forme matricielle :

$$\mathbf{x}_m^{R_{J_i}} = \mathbf{P}_{J_i} \mathbf{x}_m^{R_0} \quad ; \quad \mathbf{x}_n^{R_{J_i}} = \mathbf{P}_{J_i} \mathbf{x}_n^{R_0} \quad (2.22)$$

$$\text{et } [\mathbf{I}_r \quad -\mathbf{I}_r] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m^{R_{J_i}} \\ \mathbf{x}_n^{R_{J_i}} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.23)$$

où  $\mathbf{P}_{J_i}$  est la matrice de transformation du système de coordonnées  $R_{J_i}$  au système de coordonnées  $R_0$  et  $\mathbf{I}_r = \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$ .

À partir de (2.21) et (2.22), dans le système de coordonnées global, nous obtenons l'équation suivante :

$$[\mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_i} \quad -\mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_i}] \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_m^{R_0} \\ \mathbf{x}_n^{R_0} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.24)$$

**Liaison sphérique.** Au niveau d'une liaison sphérique, il existe deux nœuds  $p$  et  $q$  de la partie E et la partie  $L_i$ . Dans le système de coordonnées global  $R_0$ , les trois déplacements relatifs des deux nœuds sont les mêmes, mais les trois rotations relatives sont libres.

On pose  $\mathbf{x}_p^{R_0} = \begin{bmatrix} u_p & v_p & w_p & \varphi_{xp} & \varphi_{yp} & \varphi_{zp} \end{bmatrix}_{R_0}^T$  et  $\mathbf{x}_q^{R_0} = \begin{bmatrix} u_q & v_q & w_q & \varphi_{xq} & \varphi_{yq} & \varphi_{zq} \end{bmatrix}_{R_0}^T$  les vecteurs de déplacement des nœuds  $p$  et  $q$  dans le système de coordonnées global  $R_0$ .

Les contraintes cinématiques articulaires d'une liaison sphérique peuvent être exprimées par l'équation suivante :

$$[\mathbf{I}_s \quad -\mathbf{I}_s] \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_p^{R_0} \\ \mathbf{x}_q^{R_0} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

Avec  $\mathbf{I}_s = \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$

Le robot parallèle 3CRS possède trois liaisons pivots et trois liaisons sphériques, les équations de contraintes cinématiques peuvent être regroupées comme dans l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_1} & -\mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_1} & \mathbf{0} & & \dots & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_2} & -\mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_2} & & & \\ \vdots & & & \mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_3} & -\mathbf{I}_r \mathbf{P}_{J_3} & & \\ & & & & \mathbf{I}_s & -\mathbf{I}_s & \\ & & & & & \mathbf{I}_s & -\mathbf{I}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \dots & & & \mathbf{0} & \mathbf{I}_s & -\mathbf{I}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_{m1} \\ \mathbf{x}_{n1} \\ \mathbf{x}_{m2} \\ \mathbf{x}_{n2} \\ \mathbf{x}_{m3} \\ \mathbf{x}_{n3} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{p1} \\ \mathbf{x}_{q1} \\ \mathbf{x}_{p2} \\ \mathbf{x}_{q2} \\ \mathbf{x}_{p3} \\ \mathbf{x}_{q3} \end{Bmatrix}_{R_0} = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

Pour l'ensemble de la structure du robot, l'équation (2.26) peut être réécrite sous la forme :

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{0} \quad (2.27)$$

où  $\mathbf{x}$  est le vecteur des déplacements nodaux du robot entier dans le système de coordonnées global  $R_0$ . La matrice  $\mathbf{A}$  est la matrice de contraintes cinématiques imposées par les liaisons passives.

#### 2.4.4. Équations de Lagrange

Les équations de Lagrange permettent d'obtenir un système d'équations différentielles de second ordre gouvernant la dynamique d'un système mécanique. Lorsque le mécanisme de la structure est contraint par des liaisons, les équations de Lagrange avec des multiplicateurs sont généralement utilisées. Sous les conditions de contrainte  $\Phi = \mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ , les équations de Lagrange sont écrites comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \Phi^T}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{f} \quad (2.28)$$

où  $L = T - V$  est la fonction de Lagrange,  $T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}}$  est l'énergie cinétique totale du système,

$V = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{K} \mathbf{x}$  est l'énergie potentielle élastique totale du système,  $\boldsymbol{\lambda}$  est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange et  $\mathbf{f}$  est le vecteur des forces généralisées.

#### Analyse statique

En condition d'équilibre statique, l'énergie cinétique  $T$  est égale à 0. De (2.27) et (2.28), on a le système d'équations :



$$\begin{cases} \mathbf{K} \mathbf{x} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{f} \\ \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.29)$$

Il peut être réécrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{A}^T \\ \mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

L'équation (2.30) peut être exprimée sous la forme :

$$\mathbf{K}_c \mathbf{x}_c = \mathbf{f}_c \quad (2.31)$$

Pour une configuration non singulière, la pseudo-matrice de rigidité  $\mathbf{K}_c$  est symétrique et inversible. Par conséquent, les déplacements de la structure et les multiplicateurs de Lagrange peuvent être obtenus comme suit :

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{f}_c \quad (2.32)$$

On voit que la détermination du vecteur  $\mathbf{x}_c$  permet de déterminer les déplacements de tous les nœuds de la structure du robot.

### Analyse modale

Les vibrations libres de la structure sont caractérisées par des paramètres modaux : fréquences naturelles et les déformées modales associées. Pour faire l'analyse modale, les forces externes appliquées sont nulles. Par conséquent, l'équation (2.28) devient :

$$\begin{cases} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{x} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \\ \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.33)$$

On pose  $\mathbf{x}_m = [\mathbf{x} \ \boldsymbol{\lambda}]^T$ ,  $\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$  et  $\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{A}^T \\ \mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ , le système d'équations (2.32) devient:

$$\mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{K}_c \mathbf{x}_m = \mathbf{0} \quad (2.34)$$

À partir de l'équation (2.34), les pulsations  $\omega$  et les déformées modales  $\mathbf{p}$  sont déterminées par l'équation suivante :

$$(\mathbf{K}_c - \omega^2 \mathbf{M}_c) \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (2.35)$$

## 2.5. Validation numérique du modèle analytique

### 2.5.1 Modèle d'éléments finis

En utilisant le modèle géométrique inverse du robot, un modèle des éléments finis paramétré du robot 3CRS est établi dans le logiciel ANSYS. Les paramètres opérationnels sont les coordonnées de la plateforme  $\{X_E, Y_E, Z_E, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z\}$ . Ce paramétrage permet d'étudier le comportement du robot dans son espace de travail et de mailler chaque composant dans son système de coordonnées local. La procédure d'établissement du MEF du robot se présente comme suit :

- Donner les variables opérationnelles  $\{X_E, Y_E, Z_E, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z\}$ .
- Créer les systèmes de coordonnées locaux pour chaque composant (plateforme mobile, segments, liaisons, actionneurs).
- Construire la géométrie de chaque composant dans son système de coordonnées local.
- Effectuer les opérations de maillage.
- Créer des éléments de connexion entre les parties.
- Appliquer des conditions aux limites et les chargements
- Effectuer l'analyse.

Dans cette étude, les composants mécaniques du robot sont modélisés par des volumes de formes similaires aux composants du robot réel (Figure 2.4).

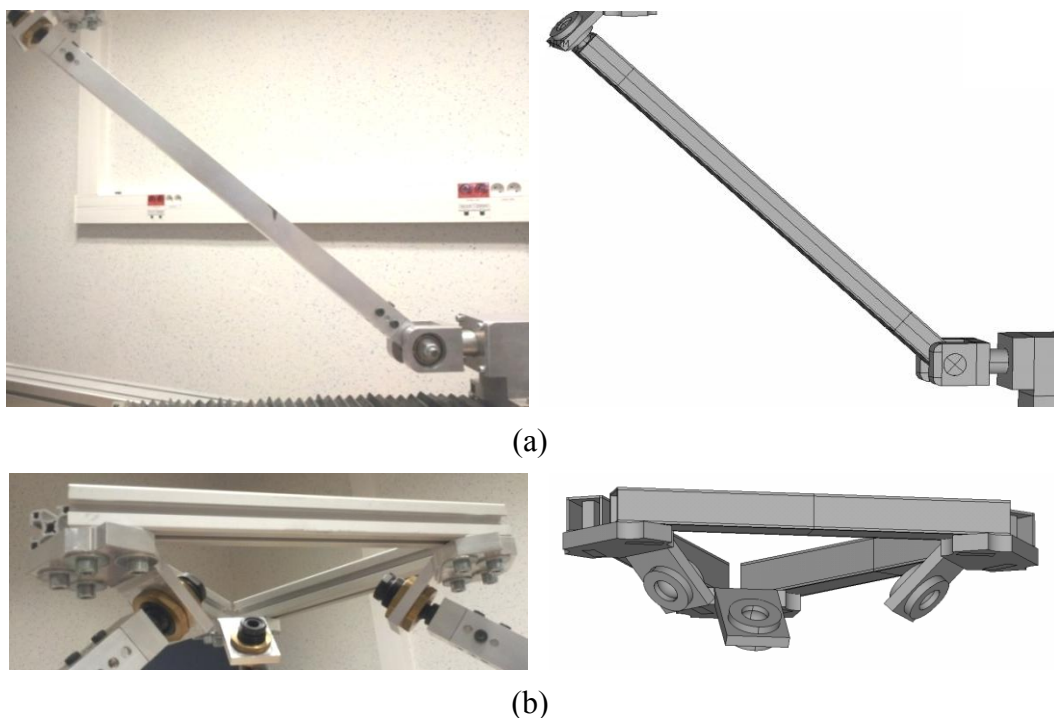


Figure 2.4 : Formes géométriques des composants du robot 3CRS : (a) jambe (b) plateforme

La méthode adoptée pour la modélisation des liaisons pivots par exemple consiste à créer des éléments ressorts entre les nœuds sur les surfaces de contact et les nœuds sur l'axe de rotation. Cette méthode est similaire à celle utilisée dans [Bou04] [Riz06]. Elle permet de créer un modèle structurel linéaire. L'élément *Link8* a été choisi comme élément de ressort. C'est un élément tridimensionnel (3D) de traction-compression uni-axiale avec trois degrés de liberté à chaque nœud : 3 translations dans 3 directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Le module d'élasticité de l'élément est choisi égal à 700 GPa pour avoir une grande rigidité qui permet de négliger des déplacements libres inattendus entre les composants de connexion. La modélisation des liaisons est illustrée dans la Figure 2.5.

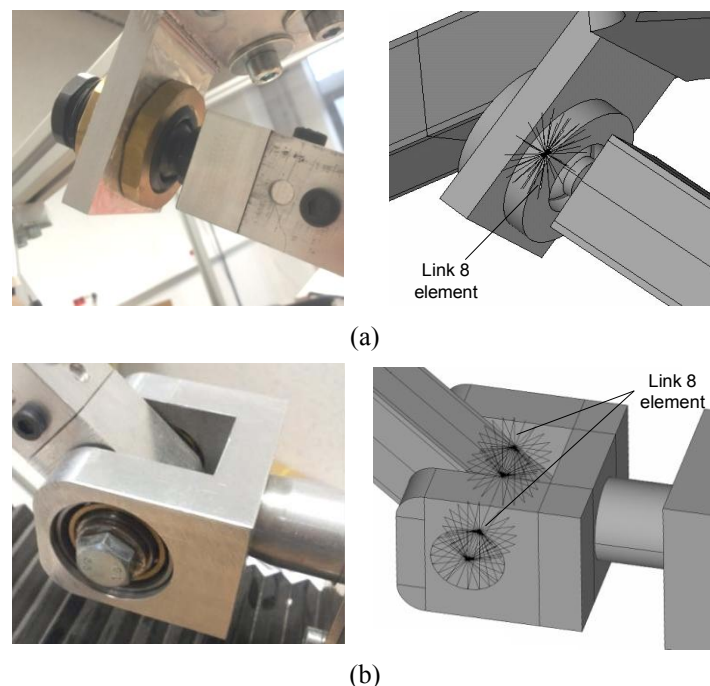


Figure 2.5 : (a) joint sphérique (b) joint pivot

Les actionneurs sont modélisés par des éléments de ressort de traction-torsion (élément COMBIN14). Ses rigidités de translation et de rotation sont les valeurs mesurées expérimentalement. Les composants du robot sont constitués de deux matériaux : aluminium et acier. Les propriétés du matériau de barres équivalentes formant la plateforme sont réajustées pour avoir le même comportement mécanique que le profile réel. Le Tableau 2.2 donne les propriétés mécaniques de matériaux utilisées pour cette modélisation.

L'élément SOLID45 a été utilisé pour le maillage du modèle. C'est un élément solide 3D ayant 8 nœuds avec trois degrés de liberté par nœud : translations selon l'axe  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Le logiciel ANSYS Mechanical APDL® rencontre des difficultés pour mailler des volumes de forme complexe en des éléments de forme hexaédrique, donc, les volumes de forme complexes doivent être divisés en plusieurs volumes simples.

Tableau 2.2 : Propriétés des matériaux

Matériau	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson
Aluminium	2700	70	0.34
Acier	7800	210	0.31
Matériau de barres formés la plateforme	4330	81	0.34

Le maillage change légèrement pour chaque configuration du robot. Le modèle a environ 41700 éléments et 55850 nœuds. Les conditions aux limites sont appliquées au niveau des nœuds d'extrémité des éléments de ressorts des actionneurs.

## 2.5.2. Comparaison des modèles

Pour valider le modèle issu de la formulation analytique les résultats de calculs de ce modèle réalisés en 27 positions de la plateforme dans l'espace de travail (Figure 2.6) sont confrontés aux résultats du modèle EF sous ANSYS. Les deux modèles sont donc comparés dans l'espace de travail 3D.

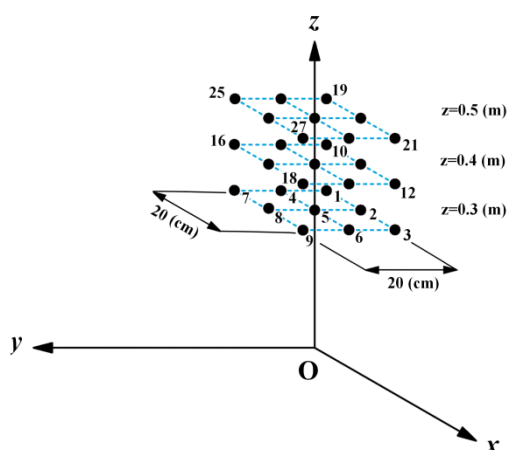


Figure 2.6 : Positions de la plateforme pour lesquelles les calculs ont été réalisés

Les deux modèles sont comparés pour les deux types d'analyse : statique et modale. Pour l'analyse statique, on applique une force unitaire équivalente à la plateforme et détermine son déplacement. La section suivante présente en détail la méthode d'application de chargement. Pour l'analyse modale, quatre premières fréquences modales sont calculées.

Les résultats de l'analyse statique par les deux méthodes sont présentés dans la Figure 2.7 ci-dessous.

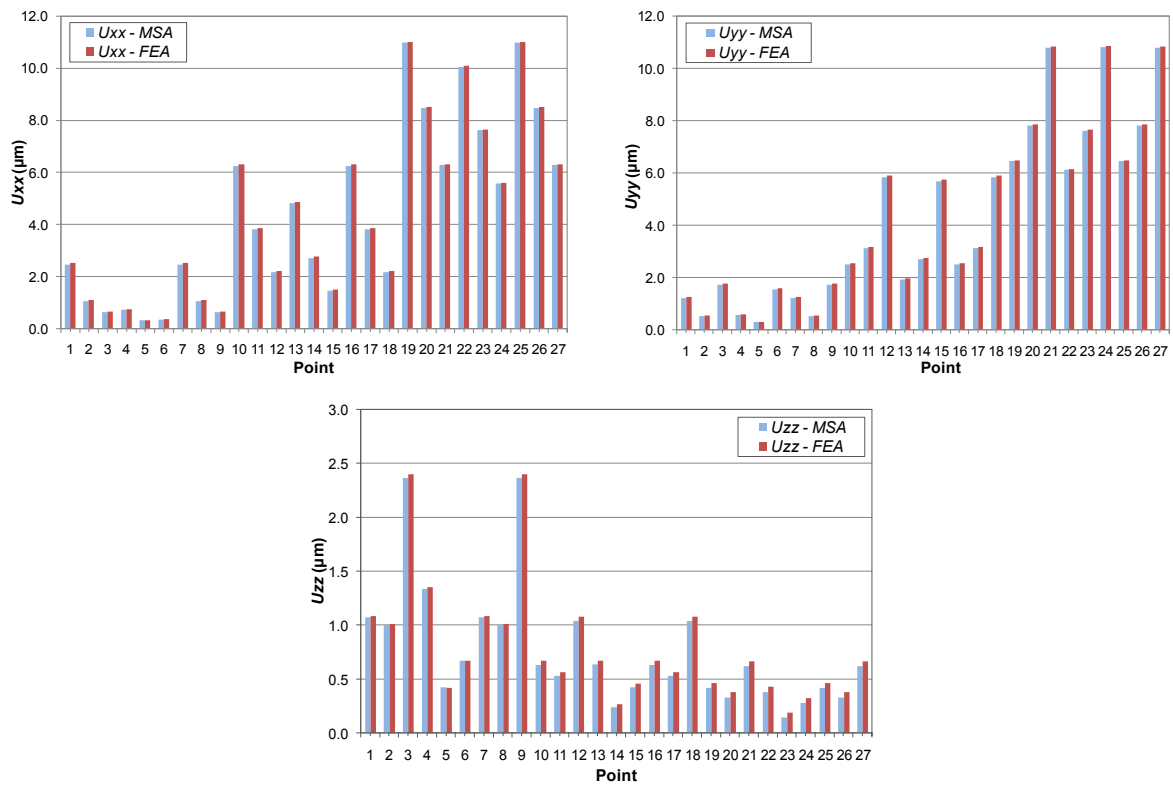


Figure 2.7 : Les déplacements de la plateforme dans la direction de chargement  
Les résultats de l'analyse modale des deux méthodes de calcul sont présentés dans la Figure 2.8.

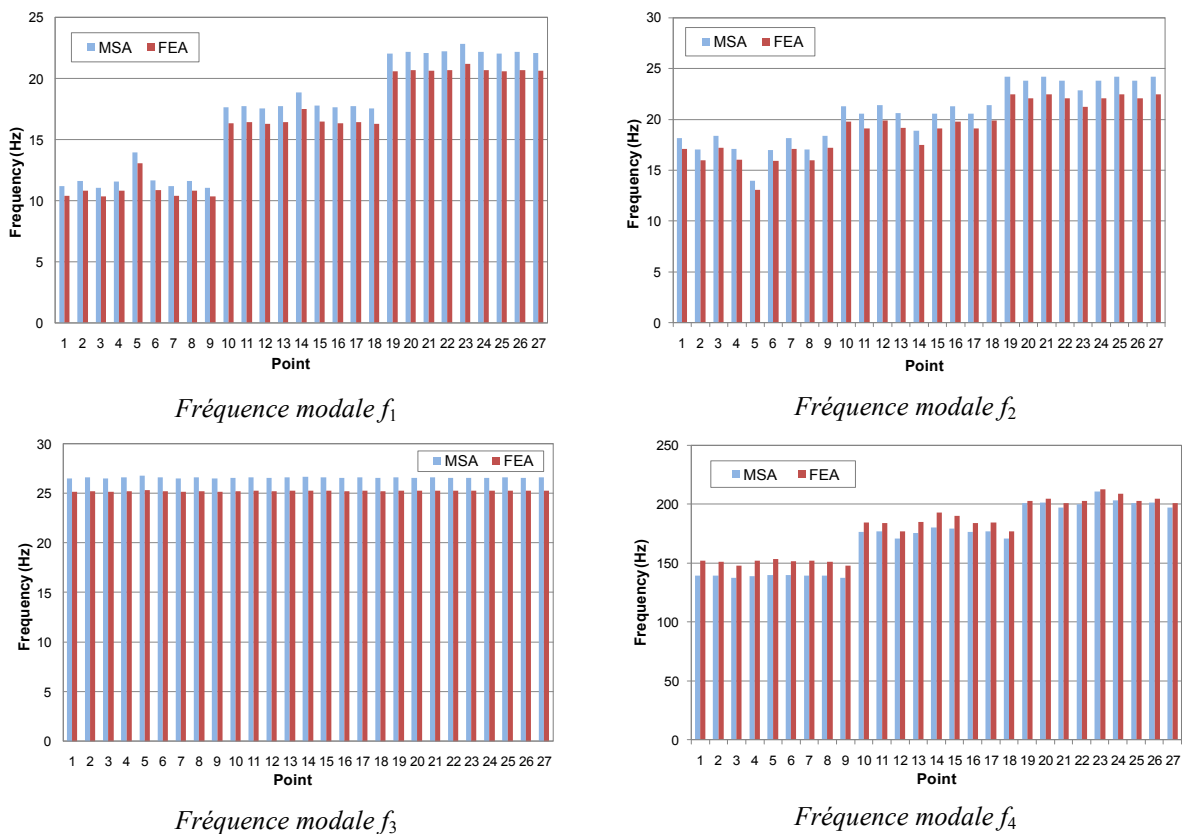


Figure 2.8 : Fréquences propres en fonction des positions de la plateforme

En utilisant un ordinateur de processeur Intel Core 2 Duo CPU 3 GHz, 3 Go de RAM, les temps de calcul des deux méthodes pour une position de plateforme sont donnés dans le Tableau 2.3 suivant :

Tableau 2.3 : Temps de calcul pour une position donnée de la plateforme mobile

Méthode	Temps de calcul
Méthode analytique - AMS	0.5 s
Méthode numérique - MEF	330 s

Le modèle EF sous ANSYS est très proche du robot réel. Par conséquent, les résultats de ce modèle sont considérés comme des résultats de référence. Les diagrammes de la Figure 2.7 et Figure 2.8 montrent que la méthode analytique présente un bon accord avec le modèle ANSYS. Les différences sont entre 1-3% pour l'analyse statique et sont inférieures à 8% pour l'analyse modale. Cela signifie que la méthode analytique a une bonne précision. En outre, à partir du Tableau 2.3, on voit que le temps de calcul de la méthode analytique est beaucoup moins important que celui du modèle numérique.

## 2.6. Validation expérimentale du modèle analytique

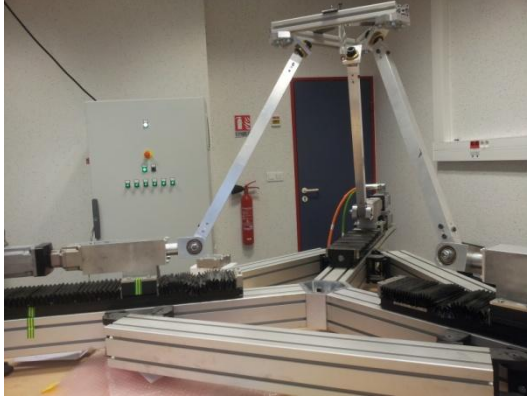
Cette partie présente des essais statiques et dynamiques qui ont été réalisés sur le robot 3CRS. L'objectif de cette partie est de vérifier la précision du modèle analytique par rapport à la réalité.

### 2.6.1. Essai statique

Les dispositifs principaux pour l'essai statique comprennent :

- un Laser tracker Leica qui est constitué d'une bille de positionnement et un système qui détecte la position de la bille
- un ordinateur sur lequel est installé le logiciel Leica T-MAC pour piloter le Laser tracker
- un système d'alimentation électrique pour les moteurs du robot
- un ordinateur sur lequel est installé le logiciel pour contrôler les moteurs
- un niveau à bulle d'air pour ajuster l'orientation de la plateforme
- un support pour transférer la force appliquée sur la plateforme

La Figure 2.9 présente les dispositifs expérimentaux pour l'essai statique



a)



b)

Figure 2.9 : Dispositifs expérimentaux : a) Robot 3CRS b) Laser tracker Leica

Le protocole de l'essai statique est le suivant :

- Libérer les moteurs
- Positionner la plateforme et vérifier son équilibre
- Verrouiller les moteurs
- Enregistrer la position mesurée dans le logiciel Leica T-MAC, on a  $u_{z(0)}$
- Charger respectivement la plateforme à P (N) et enregistrer la position de la plateforme dans logiciel Leica T-MAC, on a  $u_{z(P)}$

Après avoir testé le robot, on démonte le support de la plateforme et on mesure seulement la déformation du support.

- Enregistrer la position initiale  $u_{Sz(0)}$  de la bille de positionnement
- Charger respectivement le support à P (N), on a  $u_{Sz(P)}$

Le déplacement vertical du robot sous une force unitaire est calculé donc par :

$$\Delta u_z^1 = \frac{(u_{z(P)} - u_{z(0)}) - (u_{Sz(P)} - u_{Sz(0)})}{P} \quad (2.36)$$

### 2.6.2. Essai dynamique

Les dispositifs de l'essai comprennent :

- Un marteau d'impact
- Un accéléromètre
- Un ordinateur avec un logiciel de pilotage qui permet de traiter des données

Le protocole de l'essai comprend des étapes principales suivantes :

- Démarrer le logiciel de pilotage et ajuster les paramètres de l'essai : nombre de coups de marteau, fréquence minimale à mesurer, fréquence maximale à mesurer.

- Calibrer la force d'impact du marteau
- Coller l'accéléromètre sur le point à mesurer du robot
- Taper le robot par le marteau d'impact
- Enregistrer les données.

Grâce à un boîtier de condition des signaux, les signaux de l'accélération de vibration et de la force d'impact sont traités et transmis au logiciel de pilotage. Le logiciel trace les courbes de réponse de l'accélération et de force et donne également la courbe de fonction de transfert.

### 2.6.3. Comparaison des résultats

Le Tableau 2.1 présente les résultats analytiques et expérimentaux dans la position de la plateforme mobile  $X=Y=0$  et  $Z=300$ .

Tableau 2.4 : Comparaison des résultats analytiques et expérimentaux de l'analyse statique à la position de la plateforme  $X=Y=0$  et  $Z=300$  mm.

	Modèle analytique	Expérimentation	Différence
$\Delta u_z$ (μm)	0.43	0.53	19%

On trouve que le résultat analytique est plus faible de 19% par rapport au résultat expérimental. Cette différence peut venir de plusieurs sources comme : les jeux dans les liaisons, l'imprécision des outils, des manipulations de l'essai, les déformations des supports, etc., ce qui donne une déformation plus élevée dans le cas réel. Ces influences sont généralement difficiles à contrôler et à déterminer.

Pour l'analyse dynamique, on a fait des essais à plusieurs positions de la plateforme dans le plan  $z=0.5$  (m). La Figure 2.10 présente une courbe de fonction de transfert du robot à une position de la plateforme. Les fréquences modales du robot à cette même position de la plateforme calculées par le modèle analytique sont présentées dans le Tableau 2.5.

Tableau 2.5 : Fréquences modales du robot déterminées par la méthode analytique dans la position de la plateforme mobile  $X=Y=-100$  mm et  $Z=500$  mm

Position de la plateforme			Fréquence modale			
$X$	$Y$	$Z$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
-100	-100	500	22	24	27	201



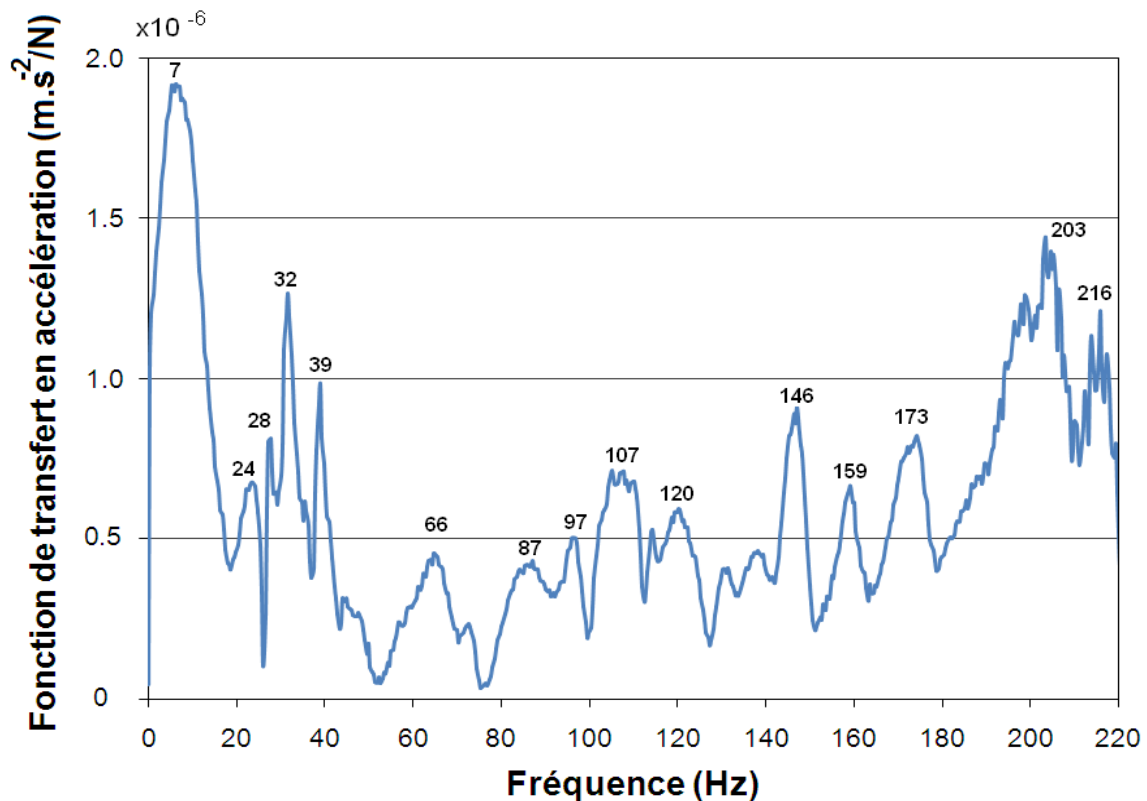


Figure 2.10 : Courbe de réponse dynamique du robot à la position de la plateforme  
 $X=Y=-100$  mm et  $Z=500$  mm

En comparant le résultat dans le Tableau 2.5 et la Figure 2.10, on voit que le résultat expérimental présente aussi des valeurs proches de celles déterminées par le modèle analytique. On trouve aussi qu'il y a une différence de 9 à 15% entre les deux résultats analytiques et expérimentaux. Cette différence peut venir de plusieurs sources telles que : des frottements aux liaisons, l'imprécision des outils, la manipulation de l'essai, des bruits, les opérations des autres machines dans le laboratoire, etc.

En conclusion, on voit que le modèle analytique s'accorde assez bien avec le robot réel. Bien qu'il y ait des différences entre le résultat analytique et le résultat expérimental, puisqu'il y a plusieurs influences qui ne sont pas prises en compte dans le modèle analytique. Cependant, le modèle permet de déterminer rapidement des comportements du robot qui sont des valeurs importantes pour l'application ainsi que l'évaluation de la conception du robot. Pour cette raison, le modèle analytique sera utilisé pour calculer des comportements du robot dans les parties suivantes.

## 2.7. Analyse de la rigidité statique

Cette section présente la caractérisation de la rigidité du robot grâce à la méthode analytique développée dans la section 3. Cette analyse est utile pour déterminer les zones de travail optimales, de rigidité maximale, et celles à éviter à cause du niveau de rigidité inacceptable pour les exigences de tâche du robot.

### 2.7.1. Caractérisation de la rigidité statique

On note par  $\mathbf{f}_e = [F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z]^T$  le vecteur des forces et moments externes appliquées à l'effecteur et par  $\mathbf{x}_e = [u_x \ u_y \ u_z \ \varphi_x \ \varphi_y \ \varphi_z]^T$  le vecteur des déplacements de l'effecteur dans le système de coordonnées global. Nous pouvons écrire les équations suivantes :

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{S}\mathbf{f}_e \quad \text{et} \quad \mathbf{K}\mathbf{x}_e = \mathbf{f}_e \quad (2.37)$$

Où  $\mathbf{S}$  définit la matrice de souplesse réduite aux degrés de liberté de la plateforme mobile et  $\mathbf{K} = \mathbf{S}^{-1}$  est la matrice de rigidité réduite du robot. Pour chaque configuration du robot, ces matrices présentent directement la relation entre les déplacements de la plateforme et les forces appliquées à la plateforme. Par conséquent, ces matrices sont souvent utilisées pour évaluer les performances statiques de la structure de robot [Bou01] [Hua02] [Deb06] [Li08].

Sous le chargement externe appliqué à la plateforme mobile, les déplacements du robot sont calculés selon l'équation (2.31) dans la section 3. Les déplacements de la plateforme sont déterminés à partir du vecteur des déplacements de l'ensemble du robot. Ensuite, les termes  $S_{ij}$  de la matrice de souplesse réduite sont déterminés par la formule :

$$s_{ij} = \frac{\mathbf{x}_e(i)}{\mathbf{f}_e(j)} \quad \text{où} \quad \mathbf{f}_e(k) = 0 \text{ pour } k \neq j \quad (2.38)$$

Dans le cas général,  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{K}$  sont des matrices 6x6. Afin de déduire les termes des matrices, six cas de charge indépendants doivent être appliqués. Plusieurs études sont focalisées sur certains principaux termes de la matrice de rigidité du robot, par exemple, la rigidité dans le sens du chargement [Pin09]. Cette simplification permet de réduire la complexité du problème de caractérisation du robot. Dans cette étude, on s'intéresse en priorité à la rigidité en translation de la plateforme. Donc, la rigidité du robot est étudiée seulement sous les charges concentrées appliquées dans trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . L'équation (2.35) devient alors :

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Dans ce cas, il faut appliquer trois cas de chargement pour déduire la matrice de souplesse ou la matrice de rigidité. Trois cas de chargement  $F_x=1$  (N),  $F_y=1$  (N) et  $F_z=1$  (N) sont respectivement appliqués sur la plateforme. Afin d'appliquer une force unitaire sur la plateforme, trois forces égales à  $1/3$  N sont appliqués en trois points  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ , milieux des trois barres formant la plateforme, dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (Figure 2.11). Ces forces sont équivalentes à une force appliquée au point  $E$ , centre de la plateforme. Nous avons les relations suivantes :

$$\mathbf{F}_E = \sum_{i=1}^3 \mathbf{F}_i = \mathbf{1} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{M}_E = \sum_{i=1}^3 \mathbf{EM}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{0} \quad (2.41)$$

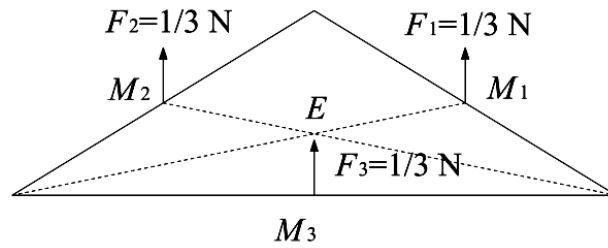


Figure 2.11 : Force appliquée sur la plateforme

Le déplacement équivalent  $\mathbf{u}_E$  du point  $E$  est déterminé en fonction des déplacements de trois points de chargement  $\mathbf{u}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) comme suit :

$$\mathbf{u}_E = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathbf{u}_i \quad (2.42)$$

## 2.7.2. Rigidité du robot dans l'espace de travail et discussion

### 2.7.2.1. Rigidité du robot en fonction de la position de la plate-forme

Dans ce cas, l'orientation de la plate-forme mobile est maintenue constante :  $\varphi_x=\varphi_y=\varphi_z=0$ , et la rigidité du robot est étudiée en fonction de la position de la plate-forme. Pour chaque position de la plate-forme, la matrice de rigidité réduite du robot est calculée par l'équation :

$$\mathbf{K} = \mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Les termes diagonaux  $K_{ii}$  ( $i = x, y, z$ ) de la matrice de rigidité  $\mathbf{K}$  représentent la rigidité de la plateforme dans la direction  $i$  sous la force appliquée dans cette même direction. Les termes extra-diagonaux  $K_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) représentent les termes de couplage de rigidité entre la direction  $i$  (la direction de déplacement) et la direction  $j$  (la direction de la force appliquée). En utilisant le modèle analytique, l'analyse de la rigidité statique du robot 3CRS est réalisée dans son espace de travail. L'évolution de la rigidité du robot peut être représentée par des cartes 3D. La Figure 2.12 présente les cartes de rigidité pour trois niveaux  $z$  de la plateforme mobile :  $z = 0,3, 0,4$  et  $0,5$  (m).

En observant les diagrammes, on voit que les rigidités de couplage  $K_{xy}$ ,  $K_{yz}$  et  $K_{xz}$  sont presque nulles lorsque la plateforme se rapproche du centre de l'espace de travail. Ce qui montre que la rigidité du robot est quasiment découplée en position centrale.

Les diagrammes des termes diagonaux de la matrice de rigidité,  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  et  $K_{zz}$  sont symétriques par rapport à plan  $Oxz$  car le robot est symétrique par rapport à ce plan. Dans l'espace de travail considéré, les valeurs  $K_{xx}$  et  $K_{yy}$  diminuent avec l'augmentation de l'altitude de la plateforme. Les valeurs les plus basses sont atteintes lorsque la plateforme se déplace vers la position  $z$  la plus élevée. Les valeurs de la rigidité  $K_{xx}$  et  $K_{yy}$  sont presque égales, en particulier dans le plan  $z=0,4$  (m) et  $z=0,5$  (m). De plus, ils deviennent presque linéaires dans les plans d'altitude élevée.

Contrairement à  $K_{xx}$  et  $K_{yy}$ , la rigidité  $K_{zz}$  augmente avec l'augmentation de la hauteur de la plateforme mobile. On voit que la rigidité dans la direction  $z$ , qui est la direction de chargement principal, est plus grande que celle dans les directions  $x$  et  $y$ . En plus, la rigidité  $K_{zz}$  ne change pas significativement dans chaque plan  $z$ , cette caractéristique peut conduire à un comportement d'exploitation stable du robot.

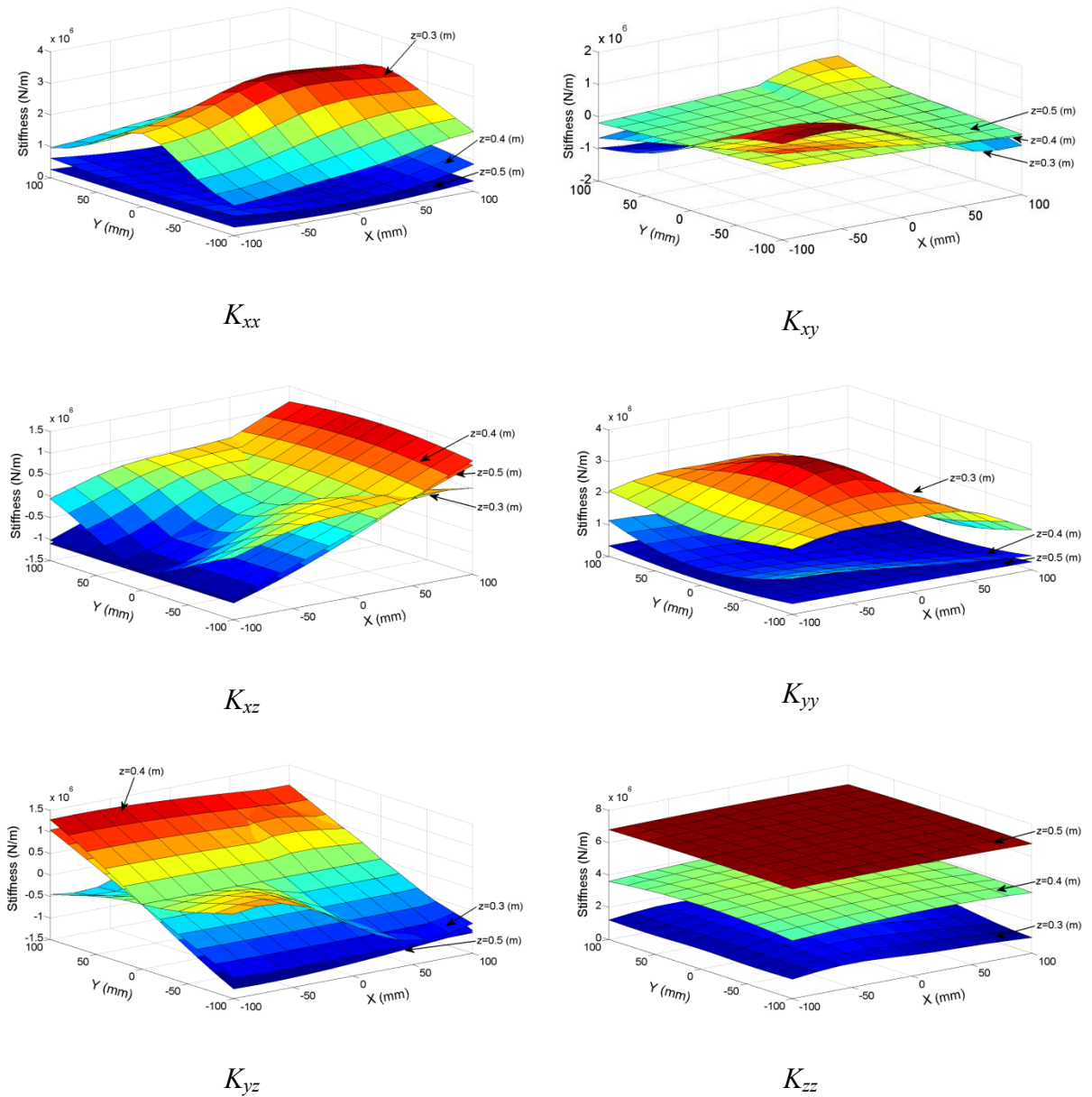


Figure 2.12 : Cartes de rigidité du robot 3CRS

### 2.7.2.2. Rigidité du robot en fonction de l'orientation de la plateforme

Pour cette étude, la position de la plate-forme mobile est maintenue constante à  $X_E=Y_E=0$  et  $Z_E=400$  (mm) et l'orientation de la plate-forme est variée. De la même façon, l'évolution de la rigidité du robot en fonction de l'orientation de la plateforme est déterminée comme présentée dans la Figure 2.13. Dans ce calcul, les angles de rotation  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  autour des axes  $x$  et  $y$  de la plateforme varie entre  $0^\circ$  et  $20^\circ$  et l'angle de rotation  $\varphi_z$  autour de l'axe  $z$  prend les valeurs :  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $30^\circ$ .

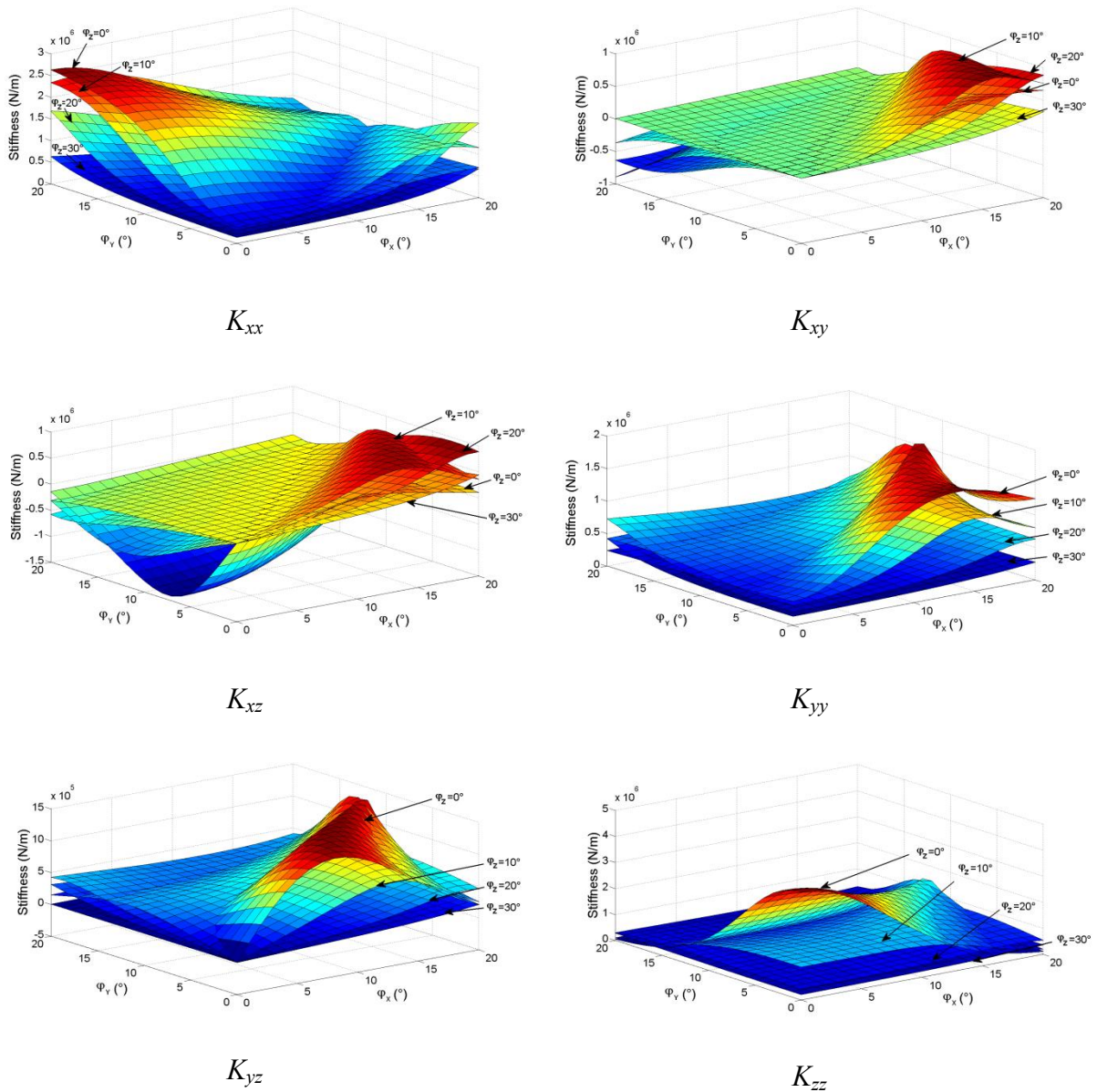


Figure 2.13 : Cartes de rigidité en fonction de l'orientation de la plateforme

En observant la Figure 2.13, on voit que la rigidité du robot varie considérablement lorsque l'orientation de la plateforme change. En général, les rigidités  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  et  $K_{zz}$  augmentent avec l'augmentation de l'angle de rotation  $\varphi_z$ . On constate que  $K_{xx}$  dépend plus de  $\varphi_y$  que de  $\varphi_x$  et la rigidité  $K_{yy}$  est très dépendante de  $\varphi_x$ . C'est-à-dire que la rigidité en translation dans un sens dépend plus de l'angle autour de l'axe perpendiculaire avec le sens considéré.

On peut voir également que les surfaces de rigidité deviennent plus plates avec l'augmentation de l'angle  $\varphi_z$ . Cela signifie que, lors que l'angle  $\varphi_z$  est faible, la variation de la rigidité du robot est plus importante.

### 2.7.3. Influence des déformations de la plateforme

Dans de nombreuses études, la plateforme mobile est considérée comme un composant rigide. Mais, dans cette étude, le robot est modélisé avec une plateforme déformable afin de créer un modèle plus précis et proche de la réalité. Par conséquent, l'influence des déformations de la plateforme sur le comportement du robot est étudiée dans cette section.

Deux modèles de la structure robotique sont comparés : modèle du robot avec une plateforme rigide et modèle du robot avec une plateforme déformable. Pour modéliser la plateforme rigide, les matériaux de la plateforme sont réajustés à 100 fois plus rigide que le matériau réellement utilisé.

Sous des charges unitaires  $F_x=1$  (N),  $F_y=1$  (N) et  $F_z=1$  (N), à la position  $\varphi_x=\varphi_y=\varphi_z=0$ ,  $X_E=Y_E=0$  et  $Z_E=400$  (mm), les déformations du robot avec la plateforme rigide et du robot avec la plateforme déformable sont données dans le Tableau 2.6 ci-dessous. La différence en pourcentage entre les deux modèles est également calculée :

Tableau 2.6 : Déplacement du centre point de la plateforme

Déplacement	Modèle de plateforme rigide	Modèle de plateforme déformable	Différence
$u_{xx}(\mu m)$	2.628	2.716	-3%
$u_{yy}(\mu m)$	2.632	2.720	-3%
$u_{zz}(\mu m)$	0.117	0.241	-51%

À partir des résultats, on voit que la flexibilité de la plateforme a peu d'effet sur la déformation du robot dans les directions  $x$  et  $y$ . Cela signifie que la déformation du robot est influencée principalement par les déformations de jambes. En revanche, dans la direction  $z$ , la déformation de la plateforme présente une influence significative, la différence entre les deux modèles est de -51%. En conclusion, la modélisation avec une plateforme déformable est plus adéquate pour le robot 3CRS et elle améliore significativement la précision des calculs. La direction  $z$  est la direction de chargement principale. Donc, si on vise à optimiser la conception du robot 3CRS, un renforcement de la rigidité dans la direction  $z$  de la plateforme permettra d'améliorer la rigidité et la précision du robot.

## 2.8. Analyse dynamique

En utilisant le modèle analytique, l'analyse modale du robot 3CRS est réalisée. À chaque configuration du robot, les quatre premiers modes de vibrations sont déterminés. La Figure



2.14 illustre les quatre premières déformées modales du robot dans la position de la plateforme mobile  $\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$ ,  $X_E = Y_E = 0$  et  $Z_E = 400$  (mm).

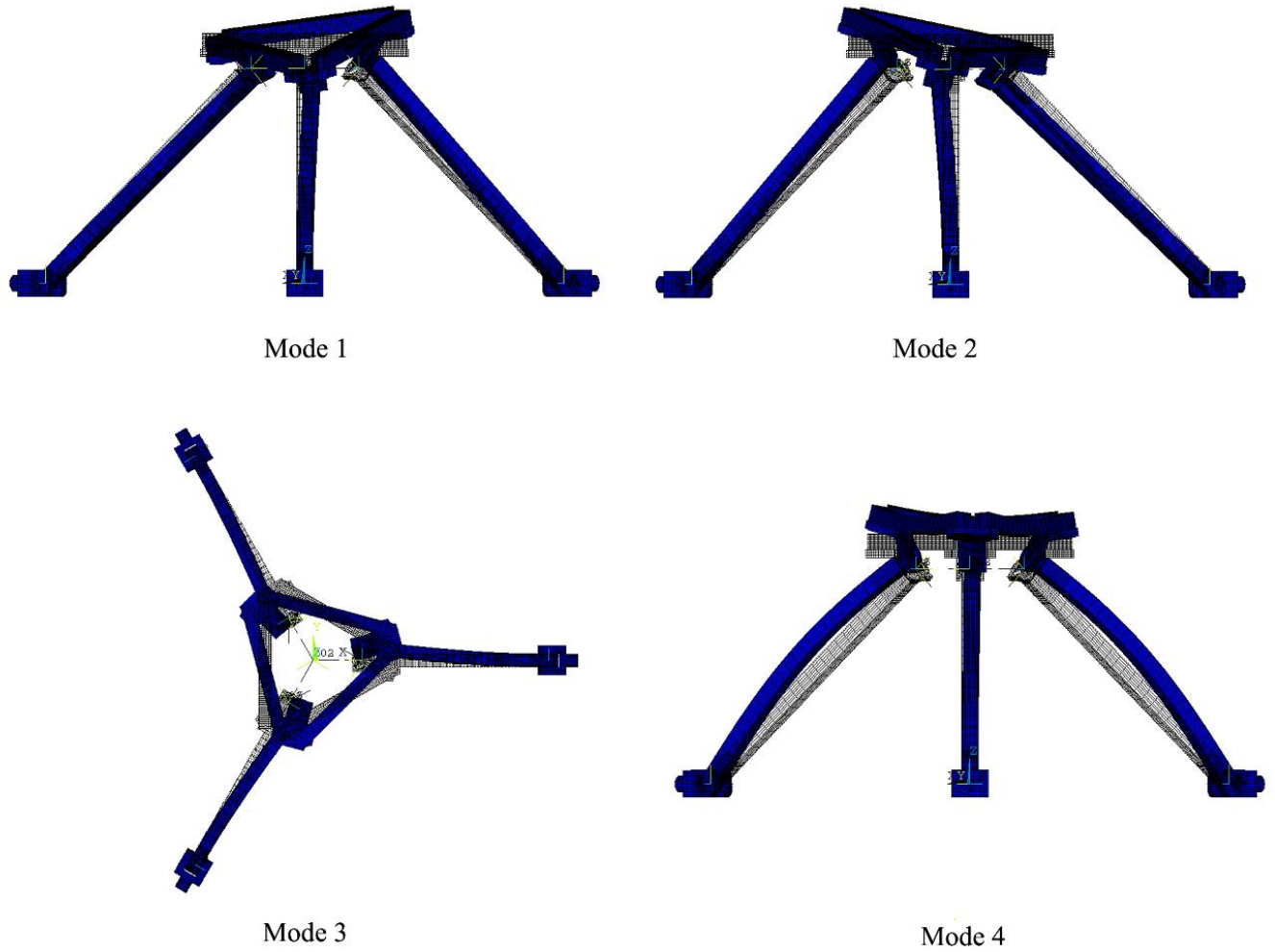


Figure 2.14: Déformées modales du robot dans la position de la plateforme mobile

$$\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0, X_E = Y_E = 0 \text{ et } Z_E = 400 \text{ (mm)}$$

Les fréquences modales sont calculées aux trois niveaux d'altitude  $z$  de la plateforme mobile,  $z = 0.3, 0.4$  et  $0.5$  (m), comme présentées dans la Figure 2.15.

En observant la Figure 2.15, on voit que le niveau  $z$  de la plateforme a une influence importante sur les modes de vibration de robot. Les fréquences modales  $f_1, f_2$  et  $f_4$  augmentent fortement avec l'augmentation du niveau  $z$  de la plateforme mobile. La plus petite fréquence est généralement celle qui doit faire l'objet de plus d'attention dans l'utilisation. On constate que la fréquence la plus faible est atteinte lorsque la plateforme se déplace au niveau  $z$  le plus bas dans l'espace de travail du robot. Le mode de vibration 3 est un mode spécial qui est découplé avec la configuration du robot. Ce mode est une rotation de la plateforme autour de l'axe  $z$  de son système de coordonnées local.



En particulier, on peut voir que les fréquences modales ne changent pas significativement dans chaque plan  $z$ . Cette caractéristique garantit un comportement dynamique stable en fonctionnement du robot.

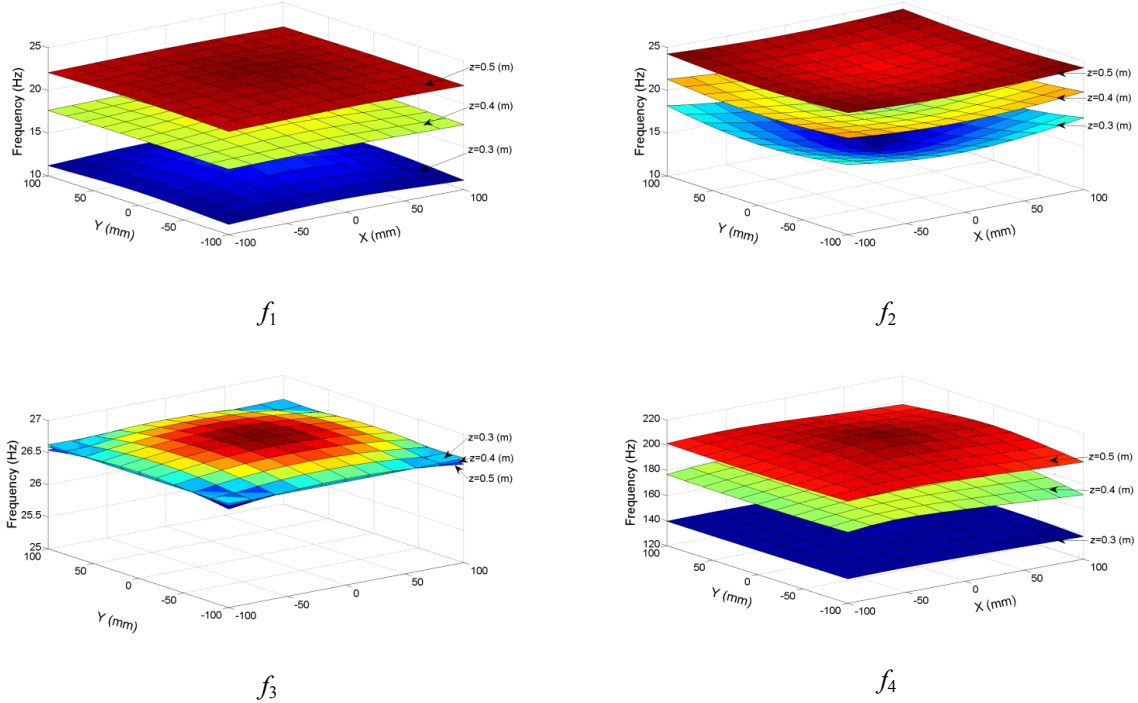


Figure 2.15 : Cartes de fréquences modales du robot 3CRS

## 2.9. Conclusions

Dans cette étude, un modèle analytique du robot a été développé. La méthode de calcul proposée est la méthode d'analyse des matrices structurelles (MSA) combinée avec les équations de Lagrange avec multiplicateurs. Toutes les flexibilités et les paramètres géométriques des composants du robot ont été pris en compte dans la méthode analytique. Les contraintes cinématiques des liaisons passives ont été également intégrées dans le modèle. Les résultats analytiques sont validés par comparaison avec les résultats numériques de la MEF et les résultats expérimentaux.

En utilisant le modèle analytique, les comportements statiques et dynamiques du robot ont été caractérisés. Les fréquences modales et les rigidités du robot ont été tracées en fonction de l'orientation et de la position de la plateforme mobile dans l'espace de travail cartésien. Les résultats montrent que la configuration influence fortement sur le comportement du robot. On constate que le robot a une rigidité élevée suivant l'axe  $z$ , la direction de chargement principal. En plus, les fréquences propres du robot ne changent pas beaucoup lorsque la plateforme se déplace dans un plan horizontal. C'est-à-dire que le comportement dynamique du robot est

assez stable dans le mouvement plan. L'impact de la plateforme déformable sur la rigidité du robot a été également étudié.

Ce chapitre a présenté les contributions suivantes :

- (1) Une méthode d'analyse statique et dynamique de structure. Cette méthode prend en compte tous les paramètres structuraux en particulier les contraintes de liaisons passives. Elle peut être étendue aux autres structures de robot avec liaisons rigides ou passives ainsi que les structures hyperstatiques. Elle peut également être intégrée dans le programme de commande du robot.
- (2) Une caractérisation du robot 3CRS fournissant des valeurs et des tendances de variation des fréquences modales et de rigidités. Ces propriétés sont nécessaires pour l'évaluation et l'optimisation de la conception ainsi que pour l'adaptation de l'application du robot. Ces résultats sont des données d'entrée qui seront comparées aux performances du robot reconçu avec des bras en matériau composite.

## Chapitre 3 :

# Conception en matériau composite du segment du bras robotique

### Sommaire

3.1. Introduction .....	87
3.2. Optimisation de la forme du segment mobile du bras robotique.....	87
3.2.1. Efforts dans le bras robotique .....	87
3.2.2. Optimisation de la forme du segment robotique.....	91
3.2.2.1. Critère d'optimisation .....	91
3.2.2.2. Variables d'optimisation .....	91
3.2.2.3. Contraintes d'optimisation .....	92
3.2.2.4. Solution analytique .....	93
3.2.2.5. Validation de conditions de contraintes .....	96
3.3. Conception et optimisation du matériau composite .....	96
3.3.1. Détermination des propriétés des matériaux constituants.....	98
3.3.1.1. Masse volumique des matériaux constituants.....	98
3.3.1.2. Module d'Young des matériaux constituants.....	100
3.3.1.3. Facteur d'amortissement des matériaux constituants.....	104
3.3.1.4. Conclusion .....	108
3.3.2. Homogénéisation du composite stratifié hybride .....	109
3.3.2.1. Homogénéisation du composite unidirectionnel.....	109
3.3.2.2. Homogénéisation du composite de renfort tissé .....	111
3.3.2.3. Homogénéisation du composite stratifié hybride.....	113
3.3.3. Validation du modèle analytique d'homogénéisation .....	114
3.3.3.1. Validation numérique du modèle d'homogénéisation .....	114
3.3.3.2. Validation expérimentale du modèle analytique d'homogénéisation .....	118
3.3.4. Analyse du composite.....	123
3.3.5. Optimisation de la structure du composite stratifié hybride .....	124
3.4. Conclusion .....	125

### 3.1. Introduction

Les segments des bras du robot 3CRS ont été choisis pour une re-conception en matériau composite, parce qu'ils sont les composants les plus importants dans la structure du robot et ils ont le plus d'influence sur le comportement du robot. Ce chapitre présente la conception en matériau composite d'un segment. En fait, les caractéristiques du segment dépendent de sa géométrie ainsi que de son matériau. Pour l'objectif d'avoir un segment optimal en composite, on effectue donc dans ce chapitre à la fois :

- une optimisation de la forme du segment. En effet, la conception de forme d'une pièce a un rôle primordial dans l'augmentation des performances et la réduction de masse des pièces puisqu'elle influence fortement sa masse, sa résistance, sa durée de vie et son utilisation [Duy96].
- et une optimisation de la structure du matériau composite. Les propriétés du composite dépendent des propriétés des constituants et de leur disposition. Par conséquent, la structure du composite doit être optimisée pour mieux s'adapter aux sollicitations.

### 3.2. Optimisation de la forme du segment mobile du bras robotique

Cette partie présente l'optimisation de forme du segment du bras robotique qui sera reconçu en matériau composite. L'optimisation va prendre en compte les sollicitations sur le robot pour trouver une forme du segment la plus adaptée aux chargements. Par conséquent, cette partie comprend les travaux principaux suivants :

- un calcul des efforts dans le bras robotique qui permet d'identifier les efforts ayant les influences les plus importantes sur le segment,
- une optimisation de la forme du segment par une méthode analytique.

#### 3.2.1. Efforts dans le bras robotique

Le schéma de calcul est présenté comme indiqué à la Figure 3.1. AB est le segment du robot à reconcevoir. Dans le système de coordonnées du segment AB, au point B, c'est un joint sphérique, il y a trois forces dans trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  :  $F_{Bx}$ ,  $F_{By}$  et  $F_{Bz}$ . Au point A, il y a trois forces dans trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  et deux moments autour des axes  $x$  et  $y$  :  $M_{Ay}$  et  $M_{Ax}$ , le moment autour de l'axe  $z$ ,  $M_z$ , est égal à 0 car c'est une liaison pivot.

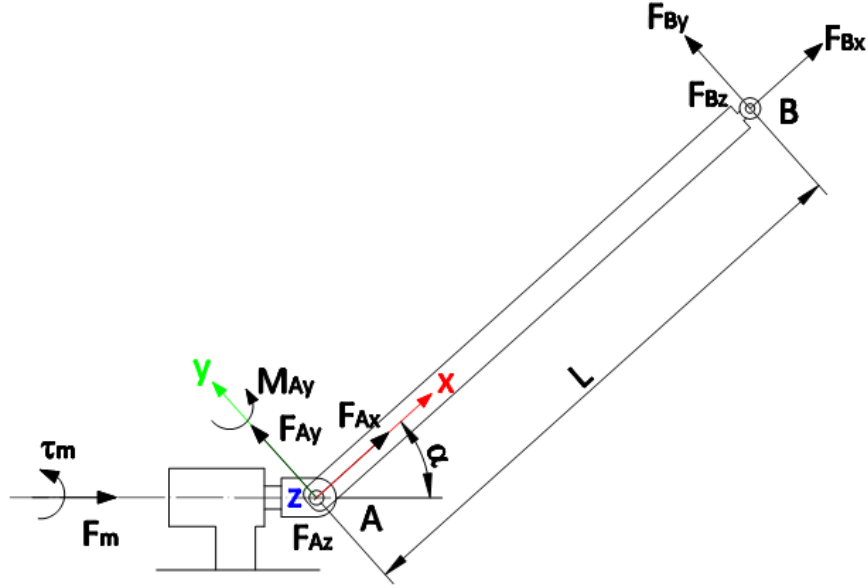


Figure 3.1 : Schéma de calcul d'un bras robotique

Dans le système de coordonnées du segment AB, on a les équations d'équilibre du segment AB suivantes :

- Trois équations d'équilibre des forces :

$$F_{Ax} + F_{Bx} = 0 \quad (3.1)$$

$$F_{Ay} + F_{By} = 0 \quad (3.2)$$

$$F_{Az} + F_{Bz} = 0 \quad (3.3)$$

- Trois équations d'équilibre des moments au point A :

$$M_{Ax} = 0 \quad (3.4)$$

$$M_{Ay} + F_{Bz} * L = 0 \quad (3.5)$$

$$M_{Az} + F_{By} * L = 0 \quad (3.6)$$

Au point A, c'est une liaison pivot, on a  $M_{Az} = 0$ . À partir des équations (3.2) et (3.6), on peut déduire  $F_{By} = F_{Ay} = 0$ . Il n'existe donc que trois efforts sur le segment AB : une force de traction/compression selon l'axe  $x$ , une force de cisaillement selon l'axe  $z$  et un moment de flexion autour de l'axe  $y$ .

Sous l'hypothèse quasi-statique, au nœud A, les efforts dans le segment AB s'équilibrent avec des efforts engendrés par les actionneurs qui comprennent : une force de translation  $F_m$  et un moment de rotation  $\tau_m$ . On a donc les équations d'équilibre :

$$|M_{Ay}| \sin \alpha = \tau_m \quad (3.7)$$

$$|F_{Ax}| \cos \alpha = F_m \quad (3.8)$$

Dans le cas le plus critique, les sollicitations maximales sont appliquées par les actionneurs et ces valeurs sont  $\tau_m=30$  (Nm) et  $F_m=5026$  (N). On constate que les efforts dans le segment AB sont des fonctions de l'angle  $\alpha$ , l'angle du segment AB par rapport l'axe horizontal dans son plan de mouvement. Au point A, les efforts sont les plus grands, ils sont déterminés comme suit :

$$|M_{Ay}| = \frac{\tau_m}{\sin \alpha} = M \quad (3.9)$$

$$|F_{Ax}| = \frac{F_m}{\cos \alpha} = N \quad (3.10)$$

$$|F_{Az}| = \frac{|M_{Ay}|}{L} = T \quad (3.11)$$

Ici, on néglige la masse du bras ( $P \approx 5$  N) parce qu'elle est très petite par rapport aux forces de sollicitation. Des diagrammes de moment de flexion et de force de traction/compression en fonction de l'angle du segment  $\alpha$  sont présentés à la Figure 3.2 :

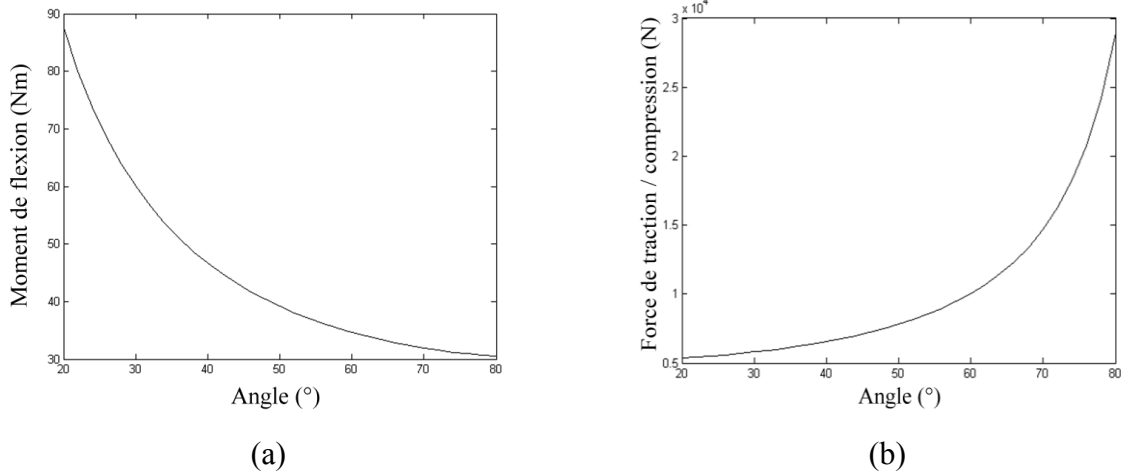


Figure 3.2 : Efforts en fonction de l'angle du bras : (a) Moment de flexion (b) Force de traction/compression

Le segment du bras initial est en aluminium et de longueur  $L=0.6$  m. Il se constitue de deux pièces de connexion et un tube d'épaisseur 2 mm. Sa section droite de dimensions extérieures 30 mm x 30 mm (Figure 3.3).



Figure 3.3 : Segment du bras initial

Les contraintes maximales dans le segment peuvent être calculées par les équations :

$$\sigma_{L(\max, \min)} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \quad (3.12)$$

$$\sigma_T = \frac{T}{A} \quad (3.13)$$

Où  $N$  est la force de traction/compression calculée comme dans l'équation (3.9).  $M$  est le moment de flexion calculé comme dans l'équation (3.10).  $T$  est la force de cisaillement calculée comme dans l'équation (3.11).  $A$  et  $W$  sont respectivement la superficie et le module de flexion de la section étudiée.

Les contraintes dans le segment se présentent comme dans la Figure 3.4 suivante :

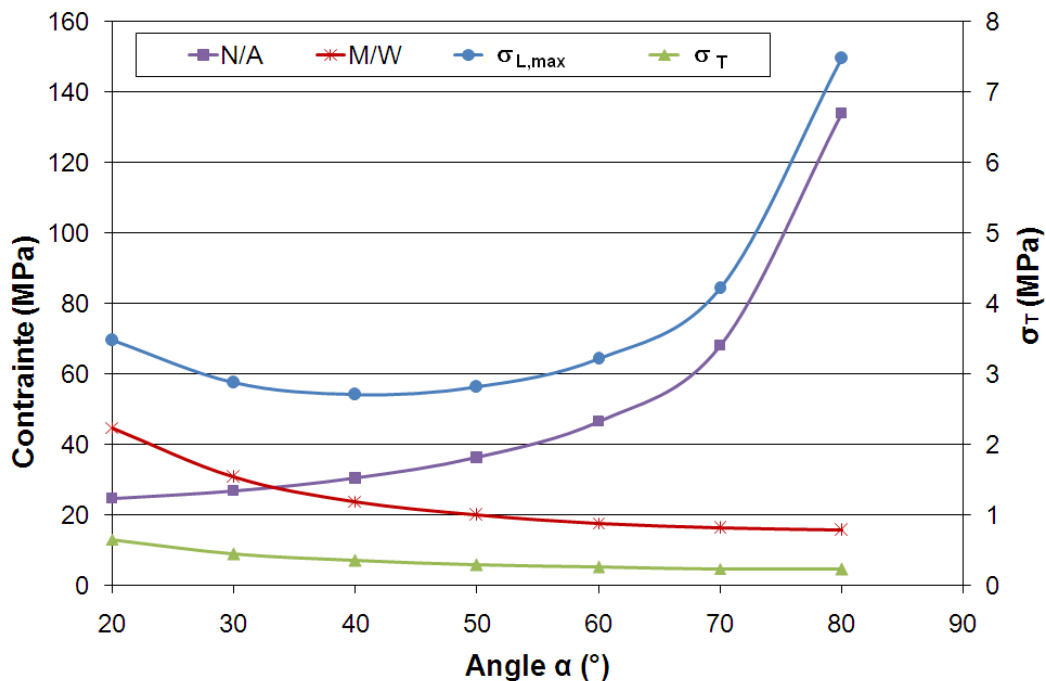


Figure 3.4 : Contrainte maximale dans le segment en fonction de l'angle  $\alpha$

En observant la Figure 3.4, on voit que la contrainte de cisaillement est très petite devant les contraintes de flexion et de traction/compression,  $\sigma_T < 1$  MPa. Donc, l'influence de la force de cisaillement est négligée dans cette étude. Le segment est considéré travailler simultanément en flexion et traction/compression.

En observant la Figure 3.4, pour des valeurs élevées de l'angle  $\alpha$ , on voit que la contrainte de traction/compression est beaucoup plus grande que la contrainte engendrée par le moment de flexion. Dans ce cas de sollicitation, une section uniforme est la plus convenable pour le segment. La section uniforme le long du bras est donc choisie pour la conception du segment robotique.

### 3.2.2. Optimisation de la forme du segment robotique

Cette partie présente une optimisation de la forme du segment du bras du robot 3CRS en prenant en compte les sollicitations sur le robot.

#### 3.2.2.1. Critère d'optimisation

Le segment du bras de robot 3CRS travaille comme une poutre supportant à la fois un moment de flexion et une force de traction/compression. Dans ce cas de chargement, les critères d'optimisation peuvent être :

- Minimisation de poids  $\rightarrow$  minimiser  $\rho AL$
- Haute rigidité  $\rightarrow$  maximiser la rigidité en flexion  $EI$  ou la rigidité en traction/compression  $EA$ .
- Maximisation de la première fréquence de vibration  $\rightarrow$  maximiser la fréquence de vibration en mode de flexion  $\omega = \frac{\gamma_r^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$  parce que le mode de vibration en flexion est plus critique que le mode de vibration en traction/compression.

Afin d'augmenter simultanément les performances statiques et dynamiques du segment, la maximisation du rapport  $EI/\rho A$  est choisie comme le critère d'optimisation dans cette étude. Ce critère est multi-objectif parce qu'il est le rapport dans la racine du troisième critère d'optimisation et peut être obtenu par le rapport entre le deuxième critère d'optimisation et le premier critère d'optimisation.

Le rapport  $EI/\rho A$  peut être décomposé en deux parties  $E/\rho$  et  $I/A$ .  $E/\rho$  est le rapport entre le module d'Young et la densité du matériau, il dépend du matériau utilisé et se retrouve dans le diagramme d'Ashby, souvent utilisé pour comparer et sélectionner les matériaux [Ant14].

Le rapport  $I/A$ , égal au carré du rayon de giration, est le rapport entre le moment quadratique et l'aire de la section. Cette fraction dépend de la géométrie de la section. Pour le problème d'optimisation de la section, le critère d'optimisation est donc :

$$\max(I/A) \quad (3.14)$$

#### 3.2.2.2. Variables d'optimisation

Un problème d'optimisation de forme est généralement compliqué parce qu'il dépend de plusieurs variables. Pour traiter ce problème, on prédéfinit souvent quelques paramètres pour diminuer la dimension du problème. Dans notre étude, nous prédéfinissons quelques



paramètres pour assurer la structure du robot et également pour avoir un problème d'optimisation de taille réduite. Les paramètres prédéfinis sont les suivants :

- Longueur du bras robotique,  $L=0.6$  m
- Épaisseur minimale de la section  $e_{\min}=3$  mm
- Module d'Young longitudinal du composite,  $E_c=36$  GPa

### Variables de la section

Une section de forme tubulaire elliptique (Figure 3.5) avec des dimensions paramétrées est choisie pour l'optimisation afin d'éviter des coins aigus difficiles à réaliser en fabrication. Les variables d'optimisation de cette section sont :

- un grand rayon externe  $a_1$ . Le principal rayon de la section externe est limité à 20 mm,  $a_1 \leq 20$  mm.
- un coefficient  $k_1$ , coefficient entre le rayon principal et le rayon mineur,  $0 < k_1 \leq 1$ . Le rayon mineur est égal à  $k_1 a_1$ .
- un rayon interne  $a_2$
- et  $k_2$ , le coefficient entre deux rayons intérieurs, où  $0 < k_2 \leq (k_1 a_1 - e_{\min}) / a_2$ .

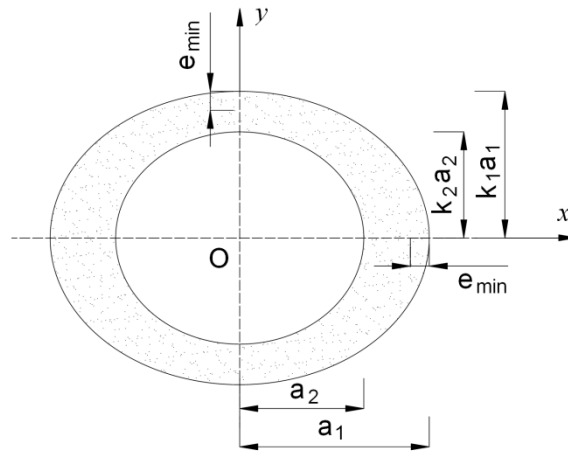


Figure 3.5 : Forme générale de la section

### 3.2.2.3. Contraintes d'optimisation

Les rigidités en flexion et en traction/compression du nouveau bras doivent être égales ou supérieures à ces valeurs du bras initial en aluminium et sa masse doit être aussi égale ou plus faible. Ces conditions d'optimisation sont présentées dans les équations suivantes :

$$\text{Rigidité en flexion :} \quad E_c I \geq E_{Al} I_0 \quad (3.15)$$

$$\text{Rigidité en traction/compression :} \quad E_c A \geq E_{Al} A_0 \quad (3.16)$$

$$\text{Masse :} \quad \rho_c A \leq \rho_{Al} A_0 \quad (3.17)$$

Où :  $E_c$  et  $\rho_c$  sont respectivement le module et la densité du matériau composite.  $E_{Al}$  et  $\rho_{Al}$  sont le module et la densité du matériau d'aluminium.

$I$  et  $A$  sont le moment quadratique et l'aire de la section optimisée.  $I_0=29419 \text{ mm}^4$  et  $A_0=224 \text{ mm}^2$  sont le moment quadratique et l'aire de la section initiale du segment.

On voit que la densité du matériau composite est encore inconnue. Donc, pour la condition de masse, la densité du composite sera recalculée et utilisée comme une condition d'optimisation de la structure du matériau composite dans le chapitre suivant. L'équation (3.17) peut donc être réécrite comme :

$$\rho_c \leq \rho_{Al} A_0 / A \quad (3.18)$$

### 3.2.2.4. Solution analytique

Les caractéristiques  $I$  et  $A$  de la section tubulaire elliptique du segment (Figure 3.5) sont calculées en fonction des paramètres de dimension  $k_1$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $k_2$  comme dans les formules suivantes :

$$I = \frac{\pi k_1 a_1^4}{4} - \frac{\pi k_2 a_2^4}{4} \quad \text{et} \quad A = \pi k_1 a_1^2 - \pi k_2 a_2^2 \quad (3.19)$$

$$\text{On a donc :} \quad \frac{I}{A} = \frac{k_1 a_1^4 - k_2 a_2^4}{4(k_1 a_1^2 - k_2 a_2^2)} \quad (3.20)$$

On pose  $g = \frac{k_1 a_1^4 - k_2 a_2^4}{k_1 a_1^2 - k_2 a_2^2}$ , le problème d'optimisation peut être écrit comme suit :

$$\max(g(a_1, k_1, a_2, k_2)) \quad (3.21)$$

Sous les contraintes

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \pi k_1 a_1^2 - \pi k_2 a_2^2 \geq A_{\min} = \frac{E_{Al}}{E_c} A_o \end{array} \right. \quad (3.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{\pi k_1 a_1^4}{4} - \frac{\pi k_2 a_2^4}{4} \geq I_{\min} = \frac{E_{Al}}{E_c} A_o \end{array} \right. \quad (3.23)$$

Il existe plusieurs méthodes analytiques pour résoudre les problèmes d'optimisation : la dérivation du premier ordre, la méthode des multiplicateurs de Lagrange, la méthode de Newton, la méthode de pénalité, etc. [Gay12] [Gar13]. Théoriquement, les valeurs optimales des variables de conception, si elles existent, doivent correspondre à un point fixe où le gradient de la fonction objectif est nul  $\nabla g = \vec{0}$ . Dans cette étude, le problème d'optimisation est

résolu en considérant directement les dérivées du premier ordre de la fonction objectif en fonction des variables.

On fait la dérivation de la fonction  $g$  par rapport aux variables, on a donc :

$$\frac{\partial g}{\partial k_2} = \frac{-a_2^4(k_1 a_1^2 - k_2 a_2^2) + a_2^2(k_1 a_1^4 - k_2 a_2^4)}{(k_1 a_1^2 - k_2 a_2^2)^2} = \frac{k_1 a_1^2 a_2^2 (a_1^2 - a_2^2)}{(k_1 a_1^2 - k_2 a_2^2)^2} > 0 \quad (3.24)$$

→  $g$  est croissant avec  $k_2$  (\*)

On pose  $t = k_2/k_1$  ( $0 < t$ ), l'équation  $g$  devient :

$$g = \frac{a_1^4 - t a_2^4}{a_1^2 - t a_2^2} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial g}{\partial a_1} = \frac{4a_1^3(a_1^2 - t a_2^2) - 2a_1(a_1^4 - t a_2^4)}{(a_1^2 - t a_2^2)^2} = \frac{2a_1^5 - 4t a_1^3 a_2^2 + 2t a_1 a_2^4}{(a_1^2 - t a_2^2)^2} = \frac{2a_1^5 \left( 1 - t \left( \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^4 - 2 \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^2 \right) \right)}{(a_1^2 - t a_2^2)^2} \quad (3.26)$$

On a

$$\begin{cases} 0 < a_2 / a_1 < 1 \\ \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^4 - 2 \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^2 < 0 \\ t > 0 \end{cases} \quad \forall \frac{a_2}{a_1} \in [0; 1] \quad (3.27)$$

$$\Rightarrow 1 - t \left( \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^4 - 2 \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^2 \right) > 0$$

→  $\frac{\partial g}{\partial a_1} > 0$  →  $g$  est croissant avec  $a_1$  (\*\*)

$$\frac{\partial g}{\partial a_2} = \frac{-4t a_2^3(a_1^2 - t a_2^2) + 2t a_2(a_1^4 - t a_2^4)}{(a_1^2 - t a_2^2)^2} = \frac{2t a_2^5 - 4t^2 a_1^2 a_2^3 + 2t a_1^4 a_2}{(a_1^2 - t a_2^2)^2} = \frac{2t a_2^5 \left( 1 - t \left( \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^4 - 2 \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^2 \right) \right)}{(a_1^2 - t a_2^2)^2} \quad (3.28)$$

Par la même façon, on peut justifier que  $\frac{\partial g}{\partial a_2} > 0$  →  $g$  est croissant avec  $a_2$  (\*\*\*)

De (\*), (\*\*) et (\*\*\*), on voit que pour maximiser  $g$ , il faut maximiser les valeurs  $a_1$ ,  $a_2$ , et  $k_2$ . On peut déterminer d'abord les variables  $a_1$  et  $k_2$  par la prise de leur valeur maximale dans leur intervalle (section 2.2), on a donc :

$$a_1 = 20 \text{ mm} \quad \text{et} \quad k_2 = (k_1 a_1 - e_{\min}) / a_2 \quad (3.29)$$

Deux variables géométriques sont définies, deux variables  $a_2$  et  $k_1$  sont encore inconnues. En considérant les conditions de contraintes d'optimisation, on voit que la satisfaction de la

condition (3.22) donne également une satisfaction de la condition (3.23). Donc, en utilisant la condition (3.22), on a l'équation suivante :

$$A = \pi k_1 a_1^2 - \pi k_2 a_2^2 \geq A_{\min} = \frac{E_{Al}}{E_c} A_o \quad (3.30)$$

En remplaçant  $k_2 = (k_1 a_1 - e_{\min}) / a_2$  dans l'équation (3.30), on a :

$$\pi k_2 a_2^2 = \pi (k_1 a_1 - e_{\min}) a_2 \leq \pi k_1 a_1^2 - A_{\min} \quad (3.31)$$

$$a_2 \leq \frac{\pi k_1 a_1^2 - A_{\min}}{\pi (k_1 a_1 - e_{\min})} \quad (3.32)$$

On pose  $f(k_1) = \frac{\pi k_1 a_1^2 - A_{\min}}{\pi (k_1 a_1 - e_{\min})}$ , la dérivé de  $f(k_1)$  par rapport à  $k_1$  conduit à l'équation:

$$\frac{\partial f}{\partial k_1} = \frac{\pi a_1 (A_{\min} - \pi e_{\min} a_1)}{\pi^2 (k_1 a_1 - e_{\min})^2} \quad (3.33)$$

Vu que  $A_{\min} - \pi e_{\min} a_1 = 436 - \pi \times 3 \times 20 = 247 \text{ (mm}^2\text{)} > 0$ ,  $f$  est croissant avec  $k_1$ , où  $0 < k_1 \leq 1$ . Pour maximiser  $a_2$ ,  $k_1$  est donc égale à 1, la valeur maximale dans son intervalle. L'équation (3.32) devient :

$$a_2 \leq \frac{\pi k_1 a_1^2 - A_{\min}}{\pi (k_1 a_1 - e_{\min})} = \frac{\pi \times 20^2 - 436}{\pi (20 - 3)} = 15.37 \text{ (mm)} \quad (3.34)$$

Nous avons choisi  $a_2 = 15 \text{ (mm)}$ , puis  $k_2 = (k_1 a_1 - e_{\min}) / a_2 = 1.13$ . La section optimale est présentée à la Figure 3.6.

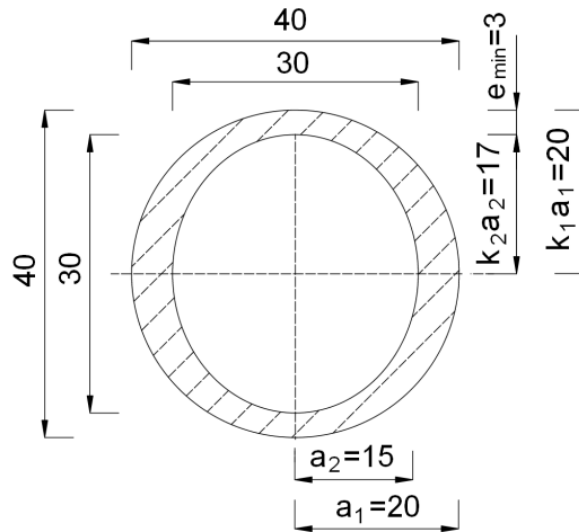


Figure 3.6 : Solution optimale

### 3.2.2.5. Validation de conditions de contraintes

Les caractéristiques de la section optimale, présentées dans la Figure 3.6, sont calculées ci-après :

$$I = \frac{\pi k_1 a_1^4}{4} - \frac{\pi k_2 a_2^4}{4} = 80601(mm^4) \quad \text{et} \quad A = \pi k_1 a_1^2 - \pi k_2 a_2^2 = 455(mm^2) \quad (3.35)$$

D'après le critère (3.19), on trouve que les rigidités en traction/compression du segment initial et du segment composite ont des valeurs similaires comme indiqué à l'équation suivante :

$$\frac{E_c A}{E_{Al} A_o} = \frac{36 \times 455}{70 \times 224} = 1.04 > 1 \quad (3.36)$$

En vérifiant le critère (3.18), on voit que la rigidité en flexion du nouveau segment est plus grande de 41% que celle du segment initial.

$$\frac{E_c I}{E_{Al} I_o} = \frac{36 \times 80601}{70 \times 29419} = 1.41 > 1 \quad (3.37)$$

On trouve qu'afin d'assurer la condition de masse (3.20), la densité du matériau composite doit être plus petite que  $1.33 \text{ g/cm}^3$ . Cette valeur sera donc un critère pour la conception du matériau composite dans le chapitre suivant.

$$\rho_c A \leq \rho_{Al} A_o \Rightarrow \rho_c \leq \frac{\rho_{Al} A_o}{A} = 1.33(\text{g/cm}^3) \quad (3.38)$$

En conclusion, dans l'objectif d'une reconception en matériau composite, une étude d'optimisation de la forme du segment du robot 3CRS est réalisée dans cette section. La forme du segment a été d'abord optimisée pour mieux l'adapter aux sollicitations sur le robot. Cette optimisation permet aussi de prédéfinir les exigences des propriétés du matériau composite qui constituent les contraintes d'optimisation pour la conception de structure du matériau composite dans la section suivante.

## 3.3. Conception et optimisation du matériau composite

Dans cette section, le matériau du segment du bras robotique, qui est un matériau composite, sera étudié. On a trouvé que le segment du robot 3CRS travaille principalement en état de contrainte « *traction/compression* » dans la direction longitudinale du segment. Pour cette raison, des propriétés longitudinales comme : le module d'Young longitudinal, le facteur d'amortissement longitudinal sont les valeurs les plus importantes à optimiser. La masse volumique du composite doit être également prise en compte. D'après la section précédente, les propriétés du composite doivent satisfaire les conditions :

$$\begin{cases} E_L \geq 36 \text{ GPa} \\ \rho_c \leq 1.33 \text{ g/cm}^3 \end{cases} \quad (3.39)$$

Plusieurs composites à fibres naturelles ont été étudiés dans la recherche. En général, les composites à fibres naturelles présentent souvent des rigidités plus petites que 25 (GPa), ce qui est insuffisant pour une application au robot 3CRS. Donc, un composite stratifié hybride (CSH) constitué de fibres synthétiques et de fibres naturelles est envisagé dans cette étude. En raison de leur disponibilité au laboratoire, des tissus de lin et des tissus de carbone sont utilisés pour les renforts et la résine époxy est utilisée pour la matrice. La structure envisagée pour le composite stratifié hybride comprend trois couches : deux couches de peaux en composite de renfort à tissé de carbone (CRTC) et une couche d'âme en composite de renfort à tissé de lin (CRTL). Les deux couches CRTC sont disposées suivant la même orientation afin que la structure du CSH soit symétrique. La Figure 3.7 présente la structure du CSH. Cette structure présente des avantages tels que : les peaux en CRTC ont une résistance et une rigidité mécanique élevée et une bonne résistance vis-à-vis des influences de l'environnement (température, humidité, milieu alcalin ou acide) et la couche d'âme en CRTL est légère, assez rigide et a une capacité d'amortissement beaucoup plus élevée que celle du composite à fibre de verre ou de carbone [Duc14].

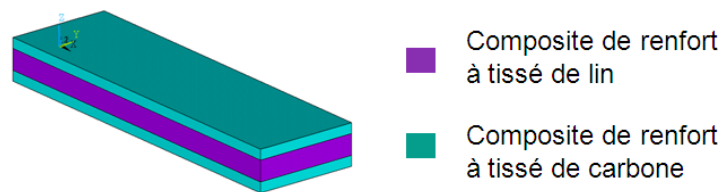


Figure 3.7 : Structure du composite hybride

Pour cette structure du CSH, les paramètres structurels sont les propriétés mécaniques des matériaux constitutifs (fibre de lin, fibre de carbone et résine époxy), les orientations des couches et les épaisseurs des couches CRTC et CRTL. L'objectif de cette section est de trouver la structure du CSH la plus adaptée aux exigences mécaniques du robot 3CRS. Afin d'analyser et d'optimiser la structure du CSH, il faut établir un modèle d'homogénéisation de sa structure qui permet d'identifier ses propriétés. Pour ces raisons, les travaux de cette partie s'organisent en cinq sous-sections comme ci-après :

- La première est la détermination expérimentale des propriétés mécaniques des matériaux constitutifs : la fibre de lin, la fibre de carbone et la résine époxy.
- La deuxième est l'établissement du modèle analytique d'homogénéisation du CSH.
- La troisième sous-section est la validation du modèle.
- La quatrième sous-section est l'analyse des propriétés du CSH.

- La cinquième sous-section est l'optimisation de la structure du CSH.

### 3.3.1. Détermination des propriétés des matériaux constitutants

Comme déjà mentionné, les matériaux constitutants du CSH sont les fibres de lin, les fibres de carbone et de la résine époxy. D'abord, des propriétés mécaniques des matériaux constitutants sont expérimentalement déterminées, ces valeurs seront des données du modèle d'homogénéisation.

#### 3.3.1.1. Masse volumique des matériaux constitutants

##### 3.3.1.1.1. Fibres

Le principe de l'essai est la détermination de la densité d'une fibre par rapport la densité d'un solvant qui est peu absorbé par la fibre, à partir des masses de différents mélanges liquides ayant le même volume. Les essais expérimentaux ont été réalisés à l'aide d'équipements du laboratoire de l'IUT à Clermont Ferrand. Les dispositifs principaux sont :

- Des pycnomètres constitués de deux éléments en verre s'assemblant précisément par un joint en verre rodé : une fiole et un bouchon percé d'un tube très fin (capillaire). Lorsque l'on ajuste le bouchon sur la fiole, le trop-plein de liquide s'échappe par l'extrémité supérieure du tube et, dans la mesure où ce tube est très fin, le volume de liquide est déterminé avec une grande précision.
- Une trompe à eau et des ultrasons qui sont utilisées pour le dégazage des bulles d'air dans le mélange liquide avec les fibres.
- Une balance de précision jusqu'à 0.1 mg.



a)



b)

Figure 3.8 : Dispositifs de l'essai pour déterminer la densité d'une fibre : a) Pycnomètre

b) Trompe à eau

Le solvant utilisé est le xylène, sa densité selon la littérature est de 0.86. Pour notre essai, le protocole de l'essai comprend deux étapes :

Première étape : Re-détermination de la densité du solvant

- Peser le pycnomètre vide de masse  $m_1$ .
- Peser le pycnomètre plein d'eau. Soit  $m_2$  la masse mesurée.
- Peser le pycnomètre plein de xylène. Soit  $m_3$  la masse mesurée.

La formule pour déterminer la densité du xylène est :

$$d_x = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} \quad (3.40)$$

Deuxième étape : Détermination de la densité de la fibre. Le protocole est le suivant :

• Préparer des fibres, couper des fibres, les introduire dans le pycnomètre propre et sec. Peser le pycnomètre avec les fibres. Soit  $m_4$  la masse mesurée.

• Verser le xylène dans le pycnomètre qui a déjà des fibres, il ne faut pas tout remplir pour que le liquide ne déborde pas dans l'étape suivante.

• Mettre le pycnomètre sans la partie capillaire dans la fiole à vide de la trompe à eau pour sortir les bulles d'air la première fois. Après, mettre le pycnomètre dans l'appareil à ultrasons pour sortir des bulles d'air la deuxième fois.

• Compléter l'ajustement du pycnomètre avec du xylène. Peser le pycnomètre avec des fibres et du xylène. Soit  $m_5$  la masse mesurée.

La densité des fibres est déterminée par la formule :

$$d_f = \frac{m_4 - m_1}{(m_3 - m_1) - (m_5 - m_4)} d_x \quad (3.41)$$

Plusieurs essais ont été effectués sur chaque type de fibre de lin et de carbone. Les valeurs moyennes des résultats d'essais se présentent dans le Tableau 3.1. On voit que les résultats expérimentaux s'accordent bien avec les valeurs de la littérature.

Tableau 3.1 : Densité des fibres

Fibre	Expérimental	Valeur dans la référence
Fibre de lin (g/cm <sup>3</sup> )	1.483	1.4-1.5 [Yan14]
Fibre de carbone (g/cm <sup>3</sup> )	1.894	1.7-2 [Bal13]



### 3.3.1.1.2. Résine époxy

La résine époxy 1045N, produite par l'entreprise Résoltech, est utilisée pour la matrice du composite. D'après son manuel, la densité de la résine est de  $1.12 \text{ g/cm}^3$ . Des essais expérimentaux ont été effectués au laboratoire pour vérifier cette valeur. Une plaque en résine époxy a été d'abord moulée. La plaque a été ensuite coupée en éprouvettes rectangulaires. Les masses des éprouvettes  $m_{\text{époxy}}$  sont mesurées par une balance et leurs dimensions ( $b$ ,  $l$ ,  $e$ ) sont mesurées par un pied à coulisse. Donc, la masse volumique de la résine époxy est déterminée par la formule.

$$\rho_{\text{époxy}} = \frac{m_{\text{époxy}}}{V} = \frac{m_{\text{époxy}}}{b \times l \times e} \quad (3.42)$$

Plusieurs éprouvettes sont mesurées, le résultat moyen avec écart-type est :

$$\rho_{\text{époxy}} = \overline{\rho_{\text{époxy}}} \pm U_{\text{époxy}} = 1.133 \pm 0.019 (\text{g/cm}^3) \quad (3.43)$$

On voit que le résultat expérimental s'accorde au résultat donné par le manuel avec une bonne précision.

### 3.3.1.2. Module d'Young des matériaux constituants

#### 3.3.1.2.1. Fibres

Le dispositif mis en place pour la détermination du module d'Young des fibres est présenté à la Figure 3.9. Le système comprend un ordinateur sur lequel est installé un logiciel de pilotage et une machine d'essai INSTRON 5543 équipée de capteurs de force et de déplacement.



Figure 3.9 : Dispositifs d'essai pour déterminer les modules d'Young des fibres

L'essai de traction est utilisé pour déterminer le module d'Young des fibres. D'abord, les éprouvettes ont été préparées. Les fibres testées doivent être des fibres élémentaires, il faut donc que les fibres soient bien choisies et séparées à partir des tissus.

Le protocole d'essai est le suivant :

- Mesurer le diamètre de la fibre grâce à un microscope. Le microscope prend une image de la fibre. Le diamètre de la fibre est calculé en fonction de la dimension sur l'image et de la résolution du microscope.
- Coller la fibre sur un cadre en papier.
- Mettre le cadre dans les mors de la machine INSTRON 5543 pour que la fibre soit verticale. La distance entre deux mors est d'environ 10 mm. Puis couper les deux bords du cadre.
- Choisir l'essai de traction dans le logiciel de pilotage, régler des conditions et ajuster la longueur de la fibre (distance entre deux mors).
- Lancer l'essai.

Au cours de l'essai, le capteur de force et le capteur de déplacement mesurent la force de traction sur la fibre et le déplacement entre les deux mors. Ces données sont traitées dans le logiciel de pilotage qui permet de tracer la courbe de contrainte-déformation. Le module d'Young de la fibre est déterminé par la tangente de l'angle entre la courbe de traction supposée linéaire et l'axe horizontale.

Plusieurs essais sont effectués sur des fibres de lin et de carbone. La Figure 3.10 présente la courbe contrainte-déformation d'une fibre de carbone et d'une fibre de lin.

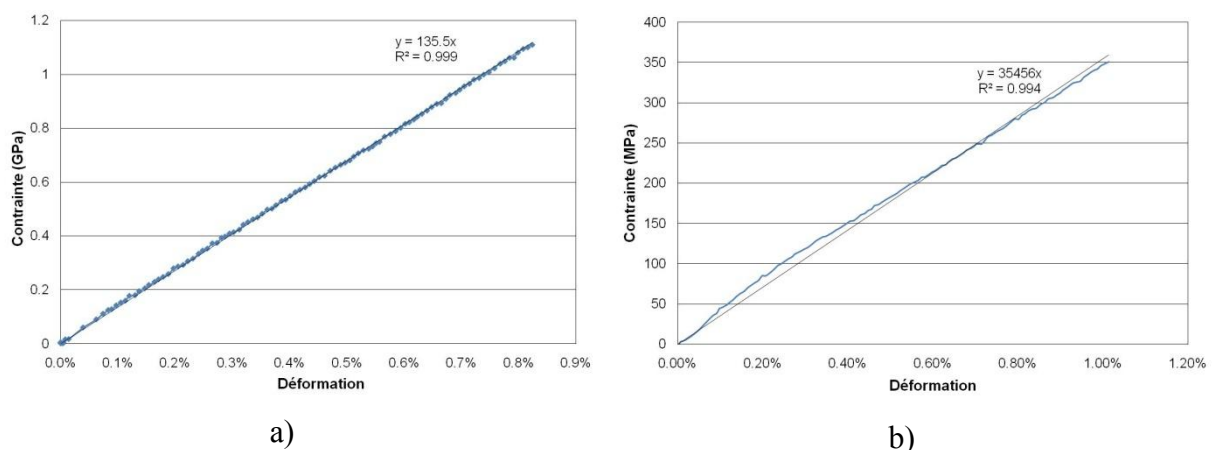


Figure 3.10 : Courbe contrainte-déformation : a) Fibre de carbone b) Fibre de lin

En observant la Figure 3.10, on voit que la fibre de carbone présente un comportement purement élastique linéaire. Elle a aussi une résistance à la rupture et un module d'Young élevée. La fibre de lin présente un comportement non linéaire, une partie non-linéaire se

trouve dans la zone de petites déformations. Ce résultat s'accorde avec celui disponible dans la littérature [Cha06].

À partir de plusieurs essais, les résultats moyens des modules d'Young des fibres sont déterminés comme indiqué dans le Tableau 3.2. On trouve que les résultats expérimentaux s'accordent avec ceux de la bibliographie.

Tableau 3.2 : Module d'Young des fibres

Fibre	Expérimental	Valeur dans la référence
Fibre de lin (GPa)	35±8	12-85 [Bou11]
Fibre de carbone (GPa)	145±20	33-827 [Dup08]

### 3.3.1.2.2. Résine époxy

Les dispositifs pour déterminer le module d'Young de la résine époxy sont présentés à la Figure 3.11. Ils comprennent :

- un ordinateur sur lequel installé un logiciel de pilotage de la machine
- un extensomètre pour mesurer la déformation de l'éprouvette
- et une machine d'essai Zwick équipée d'un capteur de force.



Figure 3.11 : Dispositifs de l'essai

Des plaques de dimensions 100x100x2 mm<sup>3</sup> en résine époxy ont été fabriquées. Elles sont ensuite coupées en plusieurs éprouvettes de dimensions d'environ 6x100x2 mm<sup>3</sup>. Ensuite, les essais de traction sont réalisés sur les éprouvettes selon le protocole suivant :

- Mesurer des dimensions de l'éprouvette.

- Mettre l'éprouvette dans les mors de la machine Zwick. Ajuster l'éprouvette pour qu'elle soit verticale.
- Mettre les pinces de l'extensomètre sur l'éprouvette.
- Dans le logiciel de pilotage, choisir l'essai de traction, entrer les dimensions de l'éprouvette. La longueur de référence de l'éprouvette est la distance entre les deux pinces de l'extensomètre. La force de chargement est choisie d'augmenter de 0 à 200 N.
- Lancer l'essai.

Le principe de mesure est le même que celui de l'essai sur les fibres. La Figure 3.12 représente la courbe contrainte-déformation d'une éprouvette en résine époxy.

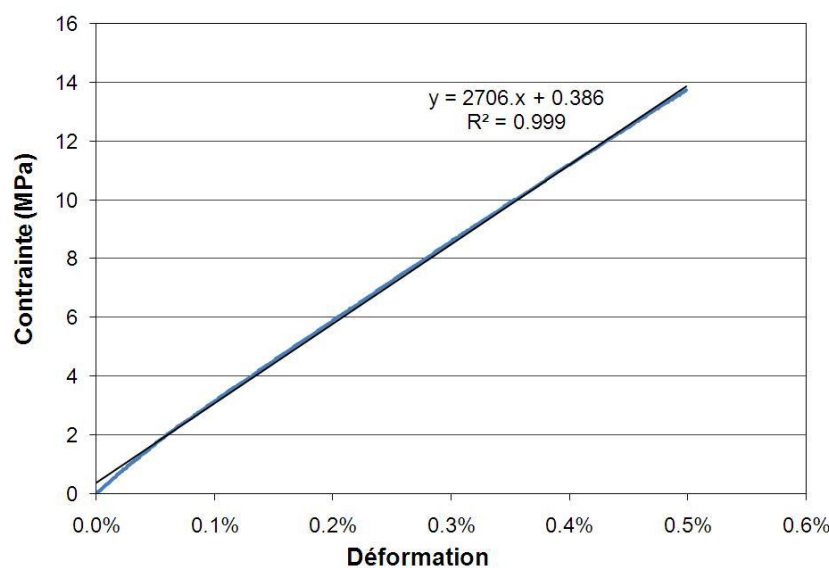


Figure 3.12 : Courbe contrainte - déformation de l'époxy

En observant la Figure 3.12, on voit que l'angle d'inclinaison de la courbe de comportement de la résine est élevé à petite déformation. Cet angle diminue avec l'augmentation de la déformation mais cette diminution est très faible. D'après le résultat expérimental, le module d'Young moyen la résine époxy est d'environ  $2.7 \pm 0.4$  (GPa), cette valeur est plus faible que celle indiquée dans le manuel du fournisseur qui est de 3.5 GPa. Cette différence est liée au procédé de fabrication. En effet, la résine d'époxy a durci à la température ambiante, donc, le cycle de température est différent de celui optimal proposé par le fournisseur. Cependant, cette différence des résultats est acceptable. De plus, le module d'Young de la matrice a peu d'influence sur le module d'Young du composite puisqu'il est beaucoup plus faible par rapport à celui des fibres de renforts.

Dans cette étude, pour la fabrication des composites, le durcissement des composites s'effectue donc à la température ambiante. Dans le modèle d'homogénéisation du CSH, la valeur arrondie de 3 GPa sera utilisée pour le module d'Young de la résine époxy, cette valeur

est une valeur dans l'intervalle du résultat expérimental et elle se situe entre le module moyen du résultat expérimental et le module donné par le fournisseur.

### **3.3.1.3. Facteur d'amortissement des matériaux constituants**

#### **3.3.1.3.1. Fibres**

D'après notre recherche bibliographique, il existe des études qui donnent les facteurs d'amortissement des composites à fibres végétales, mais à notre connaissance, il n'existe pas de travaux sur les facteurs d'amortissement des fibres végétales dans la littérature. Donc, on teste ici les fibres végétales pour déterminer leur facteur d'amortissement.

Bien qu'on envisage d'utiliser les fibres de lin pour le composite stratifié hybride, on a testé aussi d'autres types de fibres végétales, ce sont : les fibres de kénaïf, les fibres de rhextophyllum camerounaise et les fibres de sisal.

Les fibres sont présentées dans la Figure 3.13 ci-dessous :



a) Fibre de lin



b) Fibres de kénaïf



c) Fibres de sisal



d) Fibres de rhextophyllum camerounaise

Figure 3.13 : Fibres végétales

Les essais ont été réalisés au laboratoire de Chimie à Clermont Ferrand en utilisant les dispositifs suivants :

- un ordinateur qui conditionne des essais et traite des données
- et un rhéomètre de marque RHEO



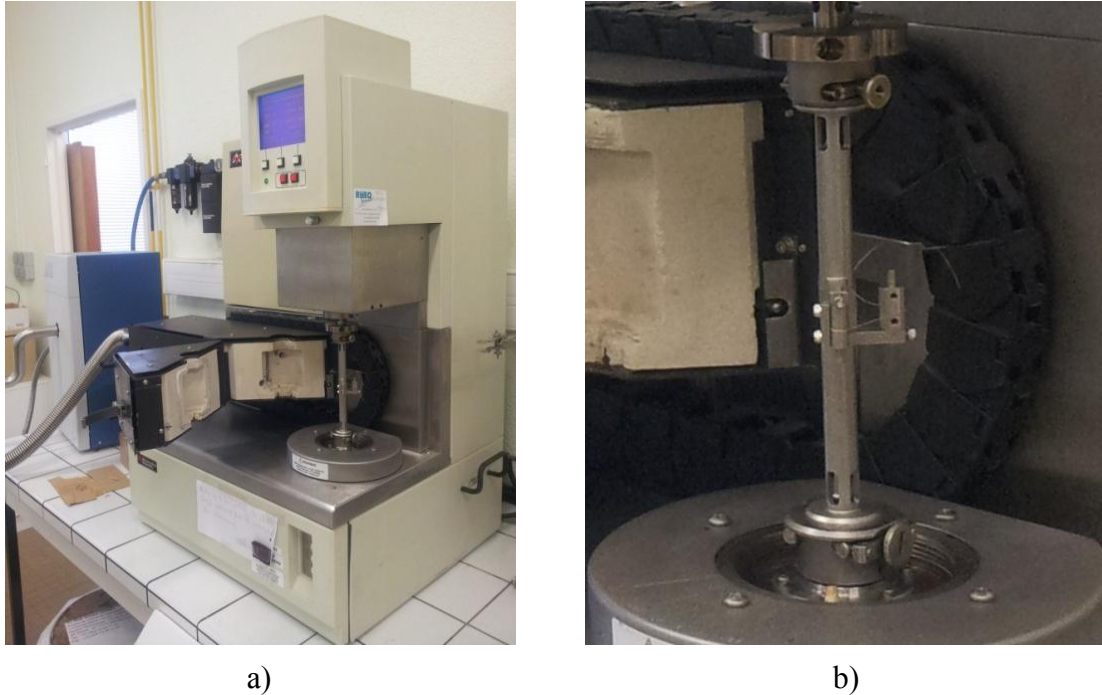


Figure 3.14 : a) Rhéomètre RHEO b) Mise en place d'une fibre

Le type d'essai utilisé est l'essai de traction dynamique avec un balayage de la fréquence. La fréquence d'excitation augmente progressivement de 0.1 (rad/s) à 100 (rad/s).

Le protocole de l'essai comprend les étapes suivantes :

- Séparer la fibre
- Mettre la fibre dans deux pinces pour que la fibre soit bien serrée et un peu tendue.
- Dans le logiciel de pilotage, choisir le type d'essai : traction dynamique avec la fréquence balayée.
  - Rentrer les paramètres de l'essai, dont l'amplitude de déformation est de 0.5%, et la fréquence varie de 0.1 à 100 (rad/s).
- Lancer l'essai

Au cours de l'essai, la contrainte et la déformation de la fibre sont mesurées en fonction du temps. Le facteur d'amortissement est déterminé par la tangente de l'angle de déphasage entre la contrainte et la déformation. À partir des résultats expérimentaux, les facteurs d'amortissement des fibres de lin, de sisal, de kénafr et de rectophyllum sont présentés à la Figure 3.15.

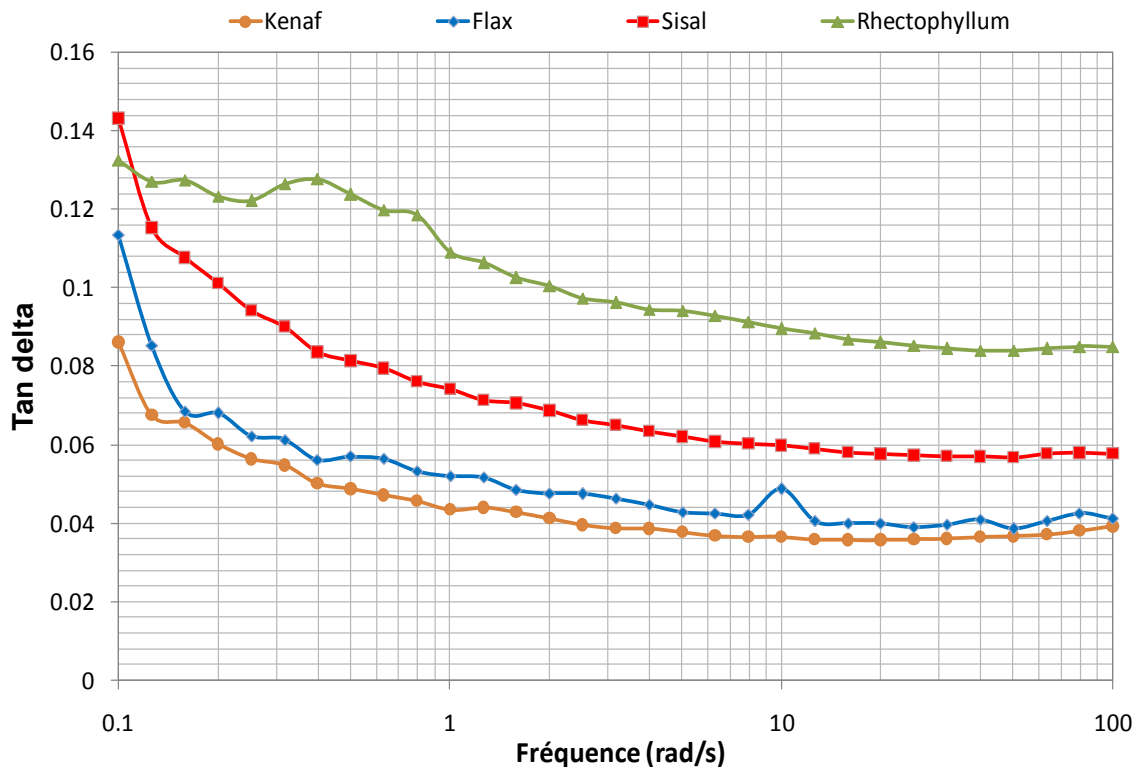


Figure 3.15 : Amortissement des fibres

En observant la Figure 3.15, on voit qu'aux fréquences en dessous de  $1 \text{ rad.s}^{-1}$ , les facteurs d'amortissement des fibres végétales présentent des valeurs grandes qui diminuent rapidement en fonction de la fréquence. De  $1 \text{ rad.s}^{-1}$  à  $10 \text{ rad.s}^{-1}$ , ces facteurs diminuent progressivement. Dans la zone de  $10 \text{ rad.s}^{-1}$  à  $100 \text{ rad.s}^{-1}$ , ils sont assez stables. On sait que les robots travaillent souvent sous des fréquences d'excitation élevée, donc, le facteur d'amortissement des fibres sera défini par une valeur dans la zone de  $10 \text{ rad.s}^{-1}$  à  $100 \text{ rad.s}^{-1}$ . Donc, la stabilité du facteur d'amortissement permet de faciliter le choix et de rendre le modèle d'homogénéisation du matériau composite plus fiable.

On constate que les facteurs d'amortissement des fibres végétales sont beaucoup plus élevés que ceux des métaux traditionnels (l'acier 0.1% et l'aluminium 0.2%). A  $100 \text{ rad.s}^{-1}$ , les facteurs d'amortissement des fibres de lin et de kénaf sont d'environ 4 %. Le facteur d'amortissement de la fibre de sisal présente une valeur d'environ 6% et le facteur d'amortissement de la fibre rhextophyllum est d'environ 8.5 %.

### 3.3.1.3.2. Époxy

Pour déterminer le facteur d'amortissement la résine époxy, le principe de l'essai est le même que celui de l'essai sur les fibres. Cependant, la raideur de l'éprouvette en résine époxy est beaucoup plus grande que celle des fibres. Il faut donc utiliser d'autres dispositifs expérimentaux, ce sont :

- un Viscoanalyseur VA2000 de Metravib.
- un ordinateur sur lequel installé le logiciel de pilotage *Dynatest*

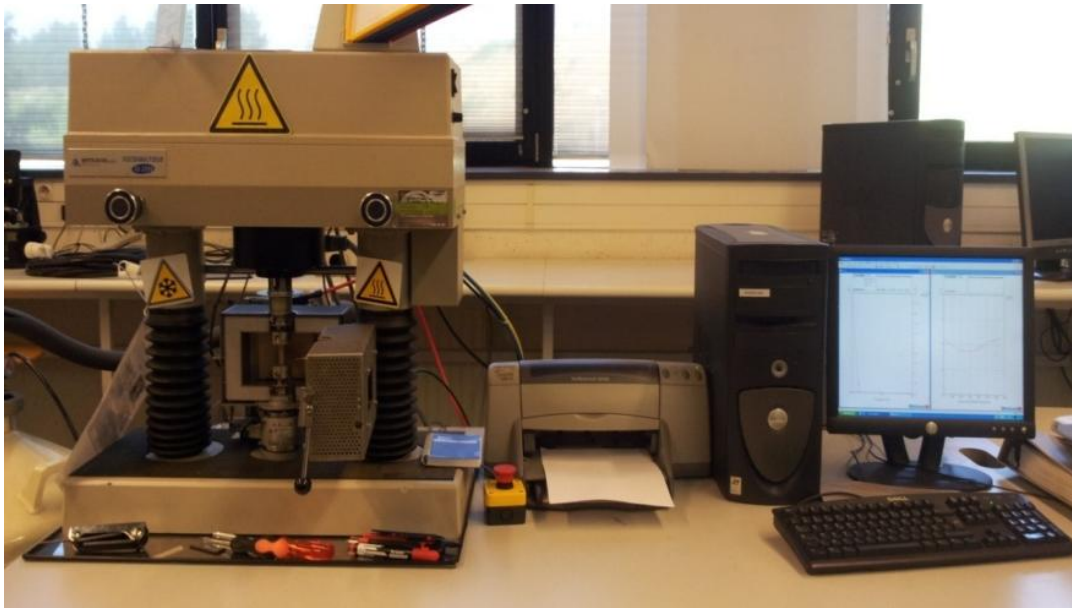


Figure 3.16 : Les dispositifs expérimentaux de l'essai de détermination du facteur d'amortissement de la résine époxy

Pour déterminer le facteur d'amortissement longitudinal, les éprouvettes sont sollicitées en traction-compression. La force appliquée doit être inférieure à la force de flambement donnée par la formule suivante.

$$F < P_c = \pi^2 \frac{EI}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} \quad (3.44)$$

avec  $L$ , longueur effective de l'éprouvette qui est égale à la distance entre deux mors de la machine.

Le protocole de l'essai est :

- Mesurer les dimensions de l'éprouvette.
- Mettre l'échantillon en place.
- Mesurer la longueur effective de l'éprouvette.
- Dans le logiciel *Dynatest*, configurer les paramètres de l'essai : les dimensions de l'éprouvette, la consigne de température, les fréquences balayées et la force appliquée.
- Faire la compensation des poids.
- Lancer l'essai.

Au cours de l'essai, la fréquence d'excitation varie de 1 (Hz) à 100 (Hz). La Figure 3.17 représente l'évolution du facteur d'amortissement en fonction de la fréquence.



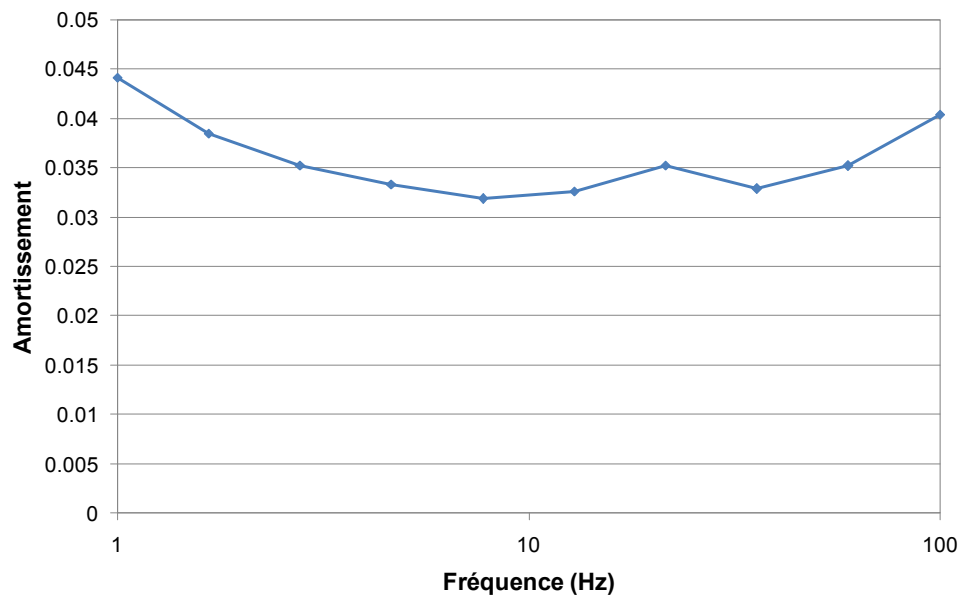


Figure 3.17 : Facteur d'amortissement de l'époxy en fonction de la fréquence

On voit que l'amortissement de la résine époxy change en fonction de la fréquence d'excitation et que la courbe est non linéaire. La valeur du facteur d'amortissement de l'époxy varie entre 3% et 4.5%. Ces valeurs sont en accord avec la valeur utilisée dans plusieurs études [Ryd13].

### 3.3.1.4. Conclusion

On constate que les résultats expérimentaux sont en accord avec les valeurs de la littérature. À partir des résultats expérimentaux, on a défini les propriétés des matériaux constitutants données dans le Tableau 3.3. Les coefficients de Poisson des fibres sont difficiles à déterminer expérimentalement. Donc on a repris les valeurs dans les études [Bar92] [Har04] [Bot06] [Chu94]. La fibre de carbone présente un comportement purement linéaire élastique, son facteur d'amortissement est pris égal à zéro comme dans l'étude [Ryd13] [Ada75]. Les propriétés des matériaux constitutants constituent des données d'entrée pour le modèle d'homogénéisation.

Tableau 3.3: Propriétés des composants du composite hybride considéré

	Résine époxy	Fibre de lin	Fibre de carbone
Masse volumique ( $\text{kg/m}^3$ )	1120	1480	1890
Module d'Young (GPa)	3	35	145
Coefficient de Poisson	0.35 [Bar92]	0.4 [Har04]	0.25 [Bot06] [Chu94]
Facteur d'amortissement	4%	4%	0 [Ada75] [Ryd13]

### 3.3.2. Homogénéisation du composite stratifié hybride

La structure du CSH utilisée dans cette étude est constituée de trois couches de composites à renforts tissés. À notre connaissance, il existe des modèles analytiques d'homogénéisation des composites à renfort tissé et des composites stratifiés. Mais il manque encore un modèle analytique d'homogénéisation des composites stratifiés hybrides à renfort tissé. Donc, on développe ici un modèle d'homogénéisation de ce type composite. Ce modèle comprend les trois niveaux suivants d'homogénéisation :

**Niveau 1 :** Homogénéisation du composite unidirectionnel (UD)

**Niveau 2 :** Homogénéisation au niveau d'une couche composite à renfort tissé (CRT)

**Niveau 3 :** Homogénéisation de l'ensemble du composite stratifié hybride (CSH).

#### 3.3.2.1. Homogénéisation du composite unidirectionnel

Afin que la méthode de calcul puisse déterminer à la fois les modules et les facteurs d'amortissement du composite, le principe de correspondance est intégré dans la méthode de calcul analytique. Les modules d'Young des matériaux constitutants  $E_f$  et  $E_m$  sont donc utilisés sous forme complexe :

$$E_f = E'_f(1 + i\eta_f) \quad ; \quad E_m = E'_m(1 + i\eta_m) \quad (3.45)$$

Où  $E'_f$  et  $E'_m$  sont les modules d'Young réels de la fibre et de la matrice.  $\eta_f$  et  $\eta_m$  sont respectivement les facteurs d'amortissement de la fibre et de la matrice

Il y a plusieurs méthodes de calcul des propriétés du composite UD : la loi des mélanges [Ber99], le modèle d'Halpin-Tsai [Hal76], le modèle de Chamis [Cha84], le modèle de Christensen [Chr90], etc. Ici, les propriétés du composite UD sont calculées en utilisant les formules dans l'ouvrage [Ber99] qui se basent sur la loi de mélange. Pour un composite UD avec la fraction volumique des fibres  $V_f$ , son module d'Young longitudinal  $E_L$  est déterminé par :

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (3.46)$$

Le coefficient de Poisson longitudinal  $\nu$  du composite UD est calculé par la relation

$$\nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \quad (3.47)$$

où :  $\nu_f$  : coefficient de Poisson des fibres

$\nu_m$  : coefficient de Poisson de la matrice

Le module d'Young transversal  $E_T$  du matériau composite UD est :

$$E_T = \frac{E_m}{1 + \left( \frac{E_m}{E_f} - 1 \right) V_f} \quad (3.48)$$

Le module de cisaillement longitudinal  $G_{LT}$  du matériau composite est déterminé par :

$$G_{LT} = G_{12} = G_m \frac{G_f(1+V_f) + G_m(1-V_f)}{G_f(1-V_f) + G_m(1+V_f)} \quad (3.49)$$

$$\text{Avec } G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} \text{ et } G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)} \quad (3.50)$$

Le module de cisaillement transversal  $G_{TT}$  du matériau composite UD est :

$$G_{TT} = G_m \left( 1 + \frac{V_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{k_m + 7G_m/3}{2k_m + 8G_m/3} (1 - V_f)} \right) \quad (3.51)$$

$$\text{Avec } k_m = \frac{E_m}{3(1-2\nu_m)} \quad (3.52)$$

Le coefficient de Poisson transversal est calculé par l'équation :

$$\nu_{TT} = \frac{E_T}{2G_{TT}} - 1 \quad (3.53)$$

Dans le système de coordonnées du composite UD, on a :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_L ; E_2 = E_3 = E_T \\ G_{12} &= G_{13} = G_{LT} ; G_{23} = G_{TT} \\ \nu_{12} &= \nu_{13} = \nu_{LT} ; \nu_{23} = \nu_{TT} \end{aligned} \quad (3.54)$$

La matrice de souplesse 3D du composite UD est donc présentée par l'équation :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{21}/E_2 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{31}/E_3 & -\nu_{32}/E_3 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

La masse volumique du composite UD est déterminée en fonction de la masse volumique des fibres  $\rho_f$  et de la masse volumique de la matrice  $\rho_m$  par l'équation :

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m (1 - V_f) \quad (3.56)$$

### 3.3.2.2. Homogénéisation du composite de renfort tissé

Cette partie présente une méthode d'homogénéisation d'un composite à renfort tissé (CRT). Dans cette étude, les tissés de lin et de carbone, présentés dans la Figure 3.18, sont utilisés pour le CSH. On voit que le nombre des fibres dans le sens trame est identique avec celui dans le sens chaîne ( $n_t/n_c=1$ ).

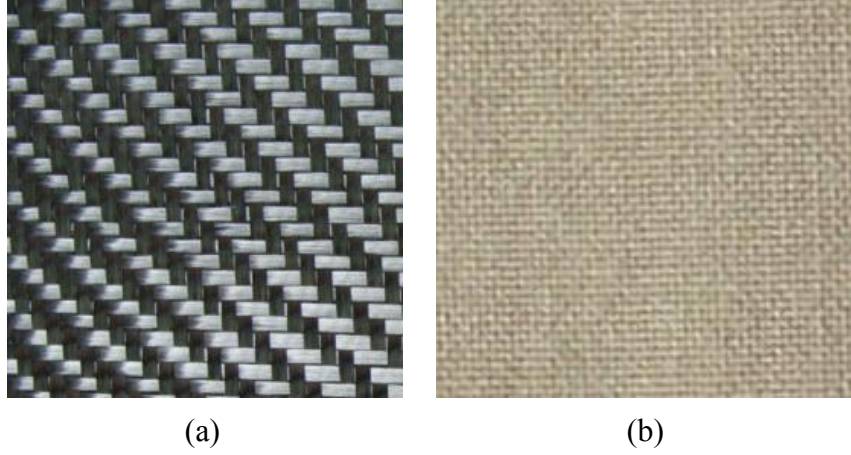


Figure 3.18 : a) Tissu de carbone sergé b) Tissu de lin sergé

Le modèle d'homogénéisation, appelé «plis croisés» [Hal10] (Figure 3.19), est choisi pour calculer les propriétés du CRT. Dans ce modèle, le CRT est considéré comme un stratifié se constituant de deux couches composites UD disposées perpendiculairement : un dans le sens chaîne et autre dans le sens trame. Dans ce cas, les taux volumiques des fibres de deux composites UD sont les mêmes valeurs ( $V_{ft}/V_{fc}=n_t/n_c = 1$ ).

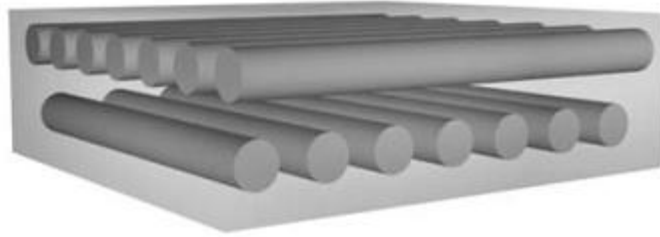


Figure 3.19 : Stratifié des plis croisés [Hal10]

Dans le système de coordonnées local, les matrices de souplesse des composites UD dans le sens chaîne  $\mathbf{S}_{ch}^*$  et dans le sens trame  $\mathbf{S}_{tr}^*$  sont calculées avec le modèle d'homogénéisation du composite UD présenté dans la section précédente. Les matrices de rigidité des composites UD sont déterminées par les relations suivantes :

$$\mathbf{C}_{ch}^* = \mathbf{S}_{ch}^{*-1} \text{ et } \mathbf{C}_{tr}^* = \mathbf{S}_{tr}^{*-1} \quad (3.57)$$

On voit que les matrices de rigidité des composites UD sont déterminées dans les systèmes de coordonnées locaux. Afin de faire l'homogénéisation, il faut les transformer dans le système

de coordonnées global du CRT. Quand on passe du système de coordonnées  $\mathbf{R}$  au système de coordonnées  $\mathbf{R}'$  par une rotation  $\theta$  autour de l'axe  $z$ , on a des matrices de déformation et de contrainte dans le système de coordonnées  $\mathbf{R}'$  par :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{T}_{\sigma} \boldsymbol{\sigma} \quad (3.58)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \mathbf{T}_{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.59)$$

Où  $\mathbf{T}_{\sigma}$  est la matrice de transformation de contrainte qui est calculé en fonction de l'angle de rotation  $\theta$  :

$$\mathbf{T}_{\sigma} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$\mathbf{T}_{\varepsilon}$  est la matrice de transformation de déformation qui est calculé en fonction de l'angle de rotation  $\theta$  par l'équation :

$$\mathbf{T}_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Les matrices de rigidité  $\mathbf{C}'$  et de souplesse  $\mathbf{S}'$  peuvent être déterminées dans le système de coordonnées  $\mathbf{R}'$  par les équations :

$$\mathbf{C}' = \mathbf{T}_{\sigma} \mathbf{C} \mathbf{T}_{\sigma}^T \quad (3.62)$$

$$\mathbf{S}' = \mathbf{T}_{\varepsilon} \mathbf{S} \mathbf{T}_{\varepsilon}^T \quad (3.63)$$

Le système de coordonnées du composite UD dans le sens chaîne est parallèle au système de coordonnées du CRT. Les matrices de transformation  $\mathbf{T}_{\sigma}$  et  $\mathbf{T}_{\varepsilon}$  sont donc les matrices unitaires puisque l'angle de rotation est égal à 0. Donc, la matrice de rigidité dans le système de coordonnées global du CRT  $\mathbf{C}_{\text{ch}}$  du composite UD dans le sens chaîne ne change pas par rapport à la matrice de rigidité dans le repère local  $\mathbf{C}_{\text{ch}}^*$ , on a :

$$\mathbf{C}_{\text{ch}} = \mathbf{C}_{\text{ch}}^* \quad (3.64)$$

Le composite UD dans le sens trame est perpendiculaire à l'axe d'orientation du CRT. Donc, ses matrices de transformation  $\mathbf{T}_{\sigma}$  et  $\mathbf{T}_{\varepsilon}$  sont calculées avec l'angle de rotation  $90^\circ$ . Sa matrice

de rigidité dans le système de coordonnées global du CRT  $\mathbf{C}_{tr}$  est déterminée en fonction de sa matrice de rigidité dans le système de coordonnées local  $\mathbf{C}_{tr}^*$  selon l'équation :

$$\mathbf{C}_{tr} = \mathbf{T}_{\sigma} \mathbf{C}_{tr}^* \mathbf{T}_{\varepsilon}^T \quad (3.65)$$

En général, la théorie de stratifié est souvent utilisée pour déterminer les propriétés d'un stratifié. Mais elle ne permet que de déterminer les propriétés dans le plan. Ici, on souhaite à déterminer tous les propriétés en 3D du composite. Donc, la méthode basée sur l'hypothèse d'iso-déformation est choisie pour homogénéiser l'ensemble du modèle composite « plis croisés ». Selon l'hypothèse d'iso-déformation, la matrice de rigidité du CRT est déterminée en fonction des matrices de rigidité des composites UD constituants par la formule :

$$\mathbf{C}_{\text{CRT}} = \frac{\mathbf{C}_{tr} V_{tr} + \mathbf{C}_{ch} V_{ch}}{V} \quad (3.66)$$

Où  $V$ ,  $V_{tr}$  et  $V_{ch}$  sont respectivement le volume total du CRT, le volume du composite UD dans le sens trame et le volume du composite UD dans le sens chaîne. On a  $V_{tr} = V_{ch} = V/2$ .

La densité du CRT est déterminée par l'équation :

$$\rho_{\text{CRT}} = \frac{\rho_{ch} V_{ch} + \rho_{tr} V_{tr}}{V} = \frac{\rho_{ch} + \rho_{tr}}{2} = \rho_{\text{UD}} \quad (3.67)$$

### 3.3.2.3. Homogénéisation du composite stratifié hybride

Dans la section précédente, les matrices de rigidité de couches CRT de lin  $\mathbf{C}_{CL}^*$  et de carbone  $\mathbf{C}_{CC}^*$  sont calculées dans leurs systèmes de coordonnées. Elles peuvent être transformées dans le système de coordonnées global du composite stratifié hybride (CSH) par les équations suivantes :

$$\mathbf{C}_{CL} = \mathbf{T}_{\sigma-CL} \mathbf{C}_{CL}^* \mathbf{T}_{\varepsilon-CL}^T \quad (3.68)$$

$$\mathbf{C}_{CC} = \mathbf{T}_{\sigma-CC} \mathbf{C}_{CC}^* \mathbf{T}_{\varepsilon-CC}^T \quad (3.69)$$

Où  $\mathbf{T}_{\sigma-CL}$  et  $\mathbf{T}_{\varepsilon-CL}$  sont des matrices de transformation de contrainte et de déformation qui sont les fonctions de l'angle d'orientation du CRT à fibres de lin  $\theta_{CL}$ .  $\mathbf{T}_{\sigma-CC}$  et  $\mathbf{T}_{\varepsilon-CC}$  sont des matrices de transformation de contrainte et de déformation qui sont les fonctions de l'angle d'orientation du CRT à fibres de carbone  $\theta_{CC}$ .

Pour la même raison que la section précédente, on utilise également le modèle iso-déformation pour homogénéiser l'ensemble du CSH. La matrice de rigidité  $\mathbf{C}$  du CSH est calculée en fonction des matrices de rigidité de ses composites constituants  $\mathbf{C}_{CC}$  et  $\mathbf{C}_{CL}$  selon l'équation :

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{C}_{CC}V_{CC} + \mathbf{C}_{CL}V_{CL} + \mathbf{C}_{CC}V_{CC}}{V} = \frac{2\mathbf{C}_{CC}e_{CC} + \mathbf{C}_{CL}e_{CL}}{e} \quad (3.70)$$

Où  $e_{CL}$  et  $e_{CC}$  sont respectivement les épaisseurs des couches CRT de lin et de carbone.  $e_c = e_{CL} + 2e_{CC}$  est l'épaisseur totale du CSH. On utilise ici une valeur de référence  $e_c = 2$  (mm).

La matrice de souplesse du CSH peut être déterminée par l'équation  $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}$ . Les propriétés du CSH sont déterminées par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} E_{11} &= 1/S_{11} \quad ; \quad E_{22} = 1/S_{22} \quad ; \quad E_{33} = 1/S_{33} \\ \nu_{12} &= -S_{12}/S_{11} \quad ; \quad \nu_{13} = -S_{13}/S_{11} \quad ; \quad \nu_{23} = -S_{23}/S_{22} \\ G_{12} &= 1/S_{66} \quad ; \quad G_{13} = 1/S_{55} \quad ; \quad G_{23} = 1/S_{44} \end{aligned} \quad (3.71)$$

Les facteurs d'amortissement du CSH sont calculés par les équations :

$$\begin{aligned} \eta_{11} &= \text{imag}(E_{11}) / \text{real}(E_{11}) \quad ; \quad \eta_{22} = \text{imag}(E_{22}) / \text{real}(E_{22}) \quad ; \quad \eta_{33} = \text{imag}(E_{33}) / \text{real}(E_{33}) \\ \eta_{12} &= \text{imag}(G_{12}) / \text{real}(G_{12}) \quad ; \quad \eta_{13} = \text{imag}(G_{13}) / \text{real}(G_{13}) \quad ; \quad \eta_{23} = \text{imag}(G_{23}) / \text{real}(G_{23}) \end{aligned} \quad (3.72)$$

La masse volumique du CSH est calculée en fonction des épaisseurs des couches, de la densité du CRT de lin  $\rho_{CL}$  et la densité du CRT de carbone  $\rho_{CC}$  comme suit :

$$\rho_c = \rho_{CL} \frac{e_{CL}}{e_c} + \rho_{CC} \frac{e_{CC} + e_{CC}}{e_c} = \frac{\rho_{CL}e_{CL} + 2\rho_{CC}e_{CC}}{e_c} \quad (3.73)$$

### 3.3.3. Validation du modèle analytique d'homogénéisation

Cette partie a pour but de valider le modèle analytique développé dans la section 3.3.2. Le modèle est d'abord validé par la méthode numérique en utilisant un modèle des éléments finis dans le logiciel ANSYS. Il est ensuite validé par l'expérimentation.

#### 3.3.3.1. Validation numérique du modèle d'homogénéisation

La méthode numérique permet de modéliser la structure du composite proche de la structure réelle. L'inconvénient de cette méthode est un coût de travail important et un temps de calcul significatif, en particulier pour les structures complexes.

Dans cette étude, on se concentre seulement sur la modélisation du CSH au niveau de la structure avec trois couches composites dont les propriétés sont prédéterminées (Figure 3.20). Ce choix permet d'avoir un temps de calcul rapide et d'appliquer la méthode d'énergie de déformation modale pour que l'on puisse calculer le facteur d'amortissement de la structure du CSH.

### 3.3.3.1.1. Modèle éléments finis du composite stratifié hybride

Un modèle éléments finis du CSH est construit dans le logiciel ANSYS (Figure 3.20). Les dimensions du modèle sont  $b=2$  mm,  $h=2$  mm, et  $l=10$  mm.

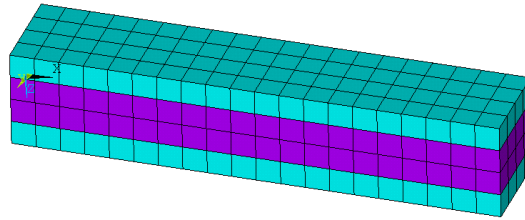


Figure 3.20 : Modèle du composite stratifié hybride

Deux systèmes de coordonnées locaux sont créés correspondant aux couches de peau et d'âme. Les couches sont maillées dans leur système local de coordonnées. Ce qui permet d'orienter les couches et leurs éléments selon l'orientation du système local de coordonnées. L'élément *SOLID186*, qui est un élément 3-D de haut degré, est utilisé pour mailler le modèle. Cet élément comprend 20 nœuds dont chacun possède 3 degrés de liberté :  $UX$ ,  $UY$ ,  $UZ$ .

Deux couches de peau sont des CRT à fibres de carbone et la couche d'âme est un CRT à fibres de lin. Leurs propriétés sont calculées analytiquement, dont, la fraction volumique du CRT de lin est  $V_{fl}=30\%$  et pour le CRT à fibres de carbone  $V_{fc}=55\%$ . Les propriétés des CRT de lin et CRT de carbone utilisées dans le MEF sont données dans le Tableau 3.4.

Tableau 3.4 : Propriétés des CRT à fibre de lin et CRT à fibre de carbone

	CRT à fibre de lin	CRT à fibre de carbone
Densité (kg/m <sup>3</sup> )	1105	1389
Module d'Young (GPa)	$E_{11}=E_{22}=8.63$ $E_{33}=4.17$ $G_{12}=1.86$ $G_{13}=G_{23}=1.8$	$E_{11}=E_{22}=44.17$ $E_{33}=6.51$ $G_{12}=3.61$ $G_{13}=G_{23}=3.39$
Coefficient de Poisson	$\nu_{12}=0.164$ ; $\nu_{13}=\nu_{23}=0.179$	$\nu_{12}=0.008$ ; $\nu_{13}=\nu_{23}=0.0285$
Facteurs d'amortissement	$\eta_{11}=\eta_{22}=\eta_{33}=4\%$ ; $\eta_{12}=\eta_{13}=\eta_{23}=4\%$	$\eta_{11}=\eta_{22}=0.38\%$ ; $\eta_{33}=3.9\%$ ; $\eta_{12}=3.77\%$ ; $\eta_{13}=\eta_{23}=3.8\%$

Pour les conditions aux limites, le modèle est encasté à une extrémité et l'autre extrémité est libre. Les conditions aux limites exprimées dans l'équation (3.74) sont appliquées sur le modèle (Figure 3.21). Elles permettent de restreindre le modèle à travailler en traction/compression.



$$\begin{aligned} UX (\text{plan } x=0) &= 0 \\ UY (\text{plan } y=0) &= 0 \\ UZ (\text{plan } z=0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

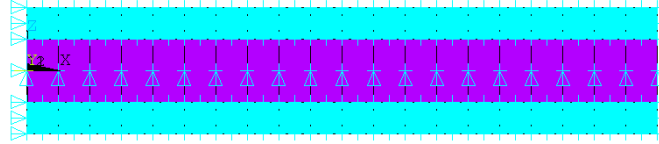


Figure 3.21 : Conditions aux limites

Pour l'analyse statique, l'objectif est de déterminer la rigidité du CSH. Dans cette analyse, on applique une pression  $P$  à l'extrémité libre. Le déplacement  $\Delta l$  est déterminé par le logiciel. La rigidité longitudinale du CSH est donc calculée par la formule :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{P}{\Delta l / l} = \frac{Pl}{\Delta l} \quad (3.75)$$

Pour l'analyse dynamique, on souhaite déterminer le facteur d'amortissement du CSH, en particulier, le facteur d'amortissement longitudinal. Donc, le mode de vibration en traction/compression est considéré (Figure 3.22).

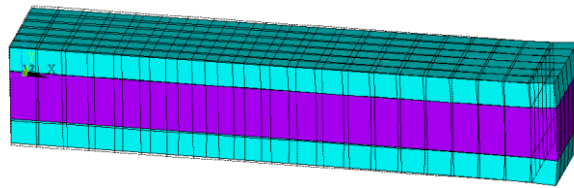


Figure 3.22 : Mode de déformation : traction-compression

On intègre la méthode d'énergie de déformation modale dans l'analyse modale pour calculer le facteur d'amortissement de la structure. Pour cette méthode, il faut déterminer l'énergie stockée et l'énergie dissipée du mode de vibration. Ces énergies sont des fonctions des contraintes et des déformations des éléments.

Les contraintes et les déformations des éléments dans le système global de coordonnées sont automatiquement déterminées par le logiciel. À partir de ce résultat, on peut recalculer les contraintes et les déformations dans le système local de coordonnées comme suit :

$$\sigma' = T_{\sigma} \sigma \quad (3.76)$$

$$\varepsilon' = T_{\varepsilon} \varepsilon \quad (3.77)$$

où  $\sigma$  et  $\varepsilon$  sont les matrices de contrainte et de déformation dans le système de coordonnées global du CSH.  $\sigma'$  et  $\varepsilon'$  sont les matrices de contrainte et de déformation dans le système de coordonnées local d'une couche CRT.  $T_{\sigma}$  et  $T_{\varepsilon}$  sont des matrices de transformation de

contrainte et de déformation qui sont calculées en fonction de l'angle d'orientation de chaque couche CRT.

L'énergie stockée dans l'élément  $i$  peut être calculée en fonction de contraintes  $\sigma'_{ij}$  et de déformations  $\varepsilon'_{ij}$  déterminées dans son système de coordonnées local par la formule :

$$U_i = \frac{1}{2} \sigma'_{11} \varepsilon'_{11} + \sigma'_{22} \varepsilon'_{22} + \sigma'_{33} \varepsilon'_{33} + \sigma'_{12} \varepsilon'_{12} + \sigma'_{13} \varepsilon'_{13} + \sigma'_{23} \varepsilon'_{23} V_e \quad (3.78)$$

$$= U_{11} + U_{22} + U_{33} + U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

Avec  $U_{ij} = 1/2 \sigma'_{ij} \varepsilon'_{ij} V_e$  ( $i, j = 1, 2, 3$ )

$V_e$  : volume de l'élément

On remarque que dans l'équation (3.78), les notations  $\varepsilon'_{12}$ ,  $\varepsilon'_{13}$ ,  $\varepsilon'_{23}$  représentent des déformations en cisaillement :  $\gamma'_{12}$ ,  $\gamma'_{13}$ ,  $\gamma'_{23}$ . Ce remplacement de notation est également utilisé par le logiciel ANSYS pour homogénéiser la notation des déformations.

On peut déterminer l'énergie dissipée dans l'élément  $i$  selon l'équation :

$$\Delta U_i = 2\pi(\eta_{11}U_{11} + \eta_{22}U_{22} + \eta_{33}U_{33} + \eta_{12}U_{12} + \eta_{13}U_{13} + \eta_{23}U_{23}) \quad (3.79)$$

Le facteur d'amortissement du CSH est finalement calculé par le rapport de la somme de l'énergie dissipée par la somme de l'énergie stockée dans les éléments de la structure :

$$\eta = \frac{\sum \Delta U_i}{2\pi \sum U_i} \quad (3.80)$$

### 3.3.3.1.2. Validation numérique

Pour comparer les deux méthodes d'homogénéisation numérique et analytique, plusieurs structures différentes du CSH sont calculées. L'angle d'orientation du CRT de lin varie de  $-45^\circ$  à  $45^\circ$ , l'angle d'orientation du CRT de carbone augmente de  $0^\circ$  à  $20^\circ$  et l'épaisseur de la couche milieu en CRT de lin varie de 0.1 mm à 1.8 mm.

Les propriétés du CSH sont calculées en fonction de ses paramètres structurels selon deux méthodes analytique et numérique. La Figure 3.23 présente le module d'Young longitudinale et le facteur d'amortissement longitudinal calculés par deux méthodes. En observant la Figure 3.23, on voit qu'il y a un bon accord entre le résultat analytique et le résultat numérique dont l'écart moyen est de 3%. Cet accord n'est pas seulement pour la détermination du module d'Young mais aussi pour la détermination du facteur d'amortissement. Ce résultat permet de valider le modèle analytique d'homogénéisation. On trouve aussi que ce résultat contribue aux méthodes de caractérisation des propriétés du composite en particulier la capacité d'amortissement. À notre connaissance, la théorie de calcul du facteur d'amortissement a été

développée depuis longtemps, mais ses applications, en particulier dans le domaine des matériaux composites, sont encore rares. En effet, l'utilisation de matériaux composites pour les composants de structures afin d'augmenter leur capacité d'amortissement est une tendance récente.

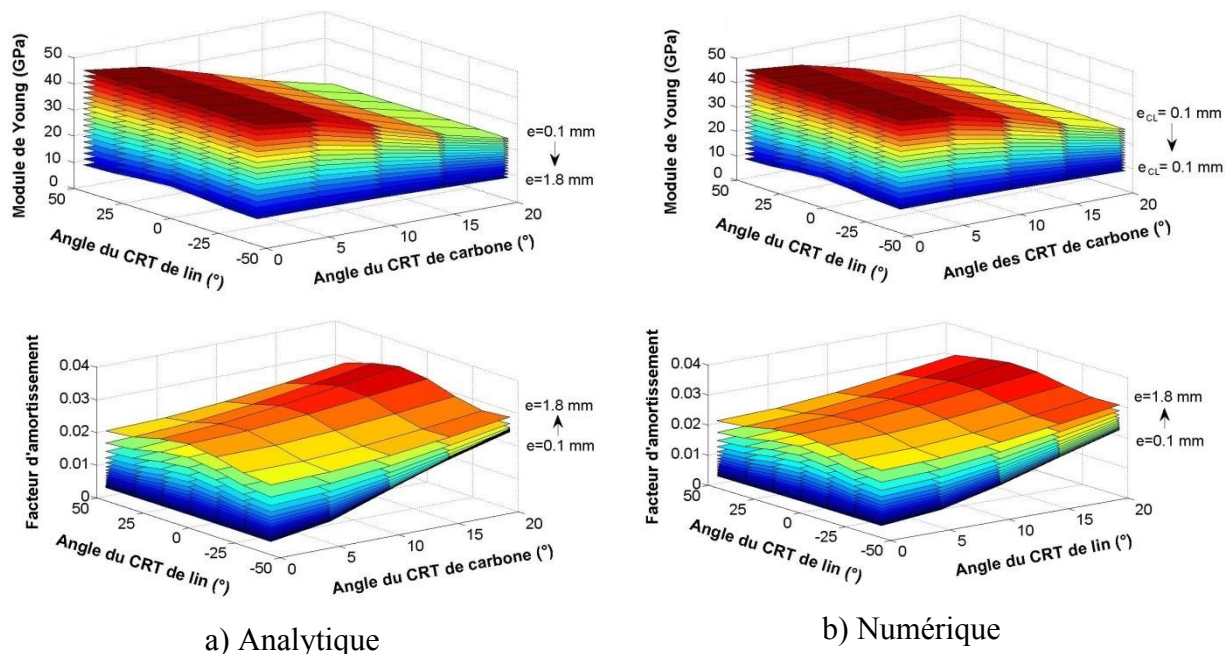


Figure 3.23 : Module d'Young et facteur d'amortissement du CSH en fonction de paramètres structuraux calculés par : a) Méthode analytique b) méthode numérique (MEF)

### 3.3.3.2. Validation expérimentale du modèle analytique d'homogénéisation

On présente dans cette section la validation expérimentale pour deux niveaux d'homogénéisation : l'homogénéisation du composite à renfort tissé et l'homogénéisation du composite stratifié hybride.

#### 3.3.3.2.1. Validation du modèle d'homogénéisation du CRT

Des CRT à fibres de lin et CRT à fibres de carbone de fractions volumiques des fibres différentes sont fabriqués par la méthode de moulage sous pression au laboratoire. La Figure 3.24 présente des éprouvettes en CRT à fibres de lin et en CRT à fibres de carbone.

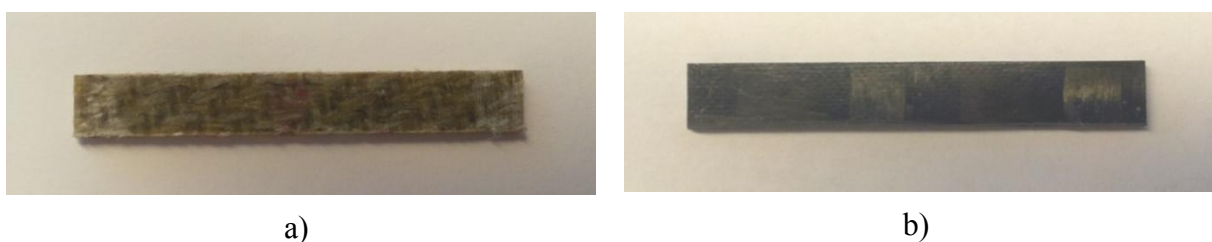


Figure 3.24 : a) Eprouvette en CRT de lin b) Eprouvette en CRT de carbone

Deux types d'essais sont réalisés sur les éprouvettes : l'essai de traction et l'essai dynamique afin de déterminer le module d'Young longitudinal et le facteur d'amortissement du matériau.

### Module d'Young longitudinal

En utilisant les mêmes dispositifs et le même protocole que dans l'essai pour déterminer le module d'Young de la résine époxy, les CRT à fibres de lin et CRT à fibres de carbone ont été testés. Le résultat expérimental est comparé au résultat du modèle analytique comme le montre la Figure 3.25.

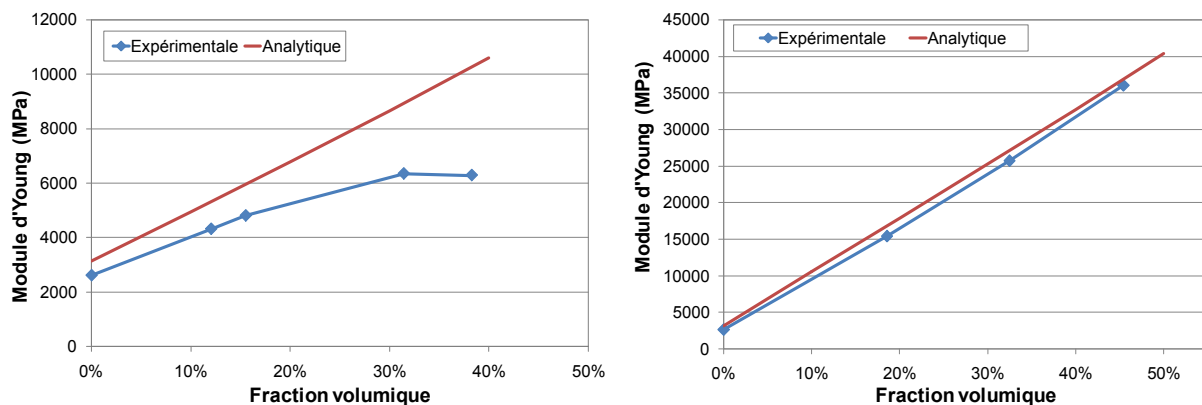


Figure 3.25 : Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques : a) CRT à fibres de lin  
b) CRT à fibres de carbone

Pour le CRT de lin (Figure 3.25-a), on voit que les valeurs obtenues analytiquement sont plus grandes que les valeurs expérimentales. Cet écart peut être expliqué par l'orientation des fibres. Dans le modèle analytique, on suppose que les fibres sont exactement orientées dans la direction longitudinale. Mais, dans la réalité, les fibres du tissu de lin sont de forme ondulée (Figure 3.26).



Figure 3.26 : Orientation des fibres de lin dans le CRT de lin

A des faibles taux volumiques de fibres, le module d'Young longitudinal du CRT de lin augmente linéairement avec ce taux. On constate une diminution du module d'Young à des taux volumiques élevés de fibres. Ce phénomène a déjà été remarqué dans d'autres recherches [Sat12]. Il est expliqué que le composite à taux volumique élevé de fibres présente généralement une porosité élevée qui réduit l'adhésion entre les fibres et la matrice et diminue

la rigidité et la résistance du composite. On a calculé la porosité du CRT de lin par la formule :

$$p = \frac{d_{théorique} - d_{réel}}{d_{époxy}} \quad (3.81)$$

Les porosités des CRT de lin à différents taux volumiques de fibres se présentent dans le Tableau 3.5 . On voit que le CRT de lin a des porosités importantes à taux volumiques élevés de fibres.

Tableau 3.5 : Porosité de CRT à fibre de lin

$V_f$ (%)	16	31	38
Porosité (%)	5	10	18

Pour le CRT de carbone (Figure 3.25-b), le module d'Young du CRT de carbone croît linéairement avec l'augmentation du taux volumique des fibres. En particulier, on trouve que le résultat analytique s'accorde bien avec le résultat expérimental. Ce résultat permet de valider le modèle d'homogénéisation analytique du CRT pour la détermination du module d'Young.

### Facteur d'amortissement

Avec les mêmes dispositifs d'essais pour la détermination de l'amortissement de la résine époxy, les composites à renfort tissé ont été testés par des essais dynamiques. Le CRT à fibres de carbone présente une rigidité plus élevée que la limite de mesure de la machine. Donc, les essais n'ont été réalisés que sur les éprouvettes en CRT de lin. Les valeurs expérimentales des facteurs d'amortissement des CRT de lin sont comparées avec celles obtenues analytiquement dans la Figure 3.27. En observant la Figure 3.27, on voit que les résultats analytiques s'accordent avec les résultats expérimentaux. Les résultats analytiques présentent un facteur d'amortissement constant de 4% pour les CRT à fractions volumiques différentes. Ceci est expliqué par les valeurs d'amortissement identiques des fibres de lin et de la matrice époxy. Pour le résultat expérimental, en général, les facteurs d'amortissement des CRT de lin sont autour de 4% même si la fraction volumique des fibres augmente. À  $V_f=38\%$ , le CRT de lin présente un facteur d'amortissement important. Ce phénomène peut être lié à la porosité élevée du CRT de lin. Une porosité élevée conduit à une perturbation de transmission des efforts entre les fibres et la matrice qui augmente donc la dissipation d'énergie dans la structure du composite.

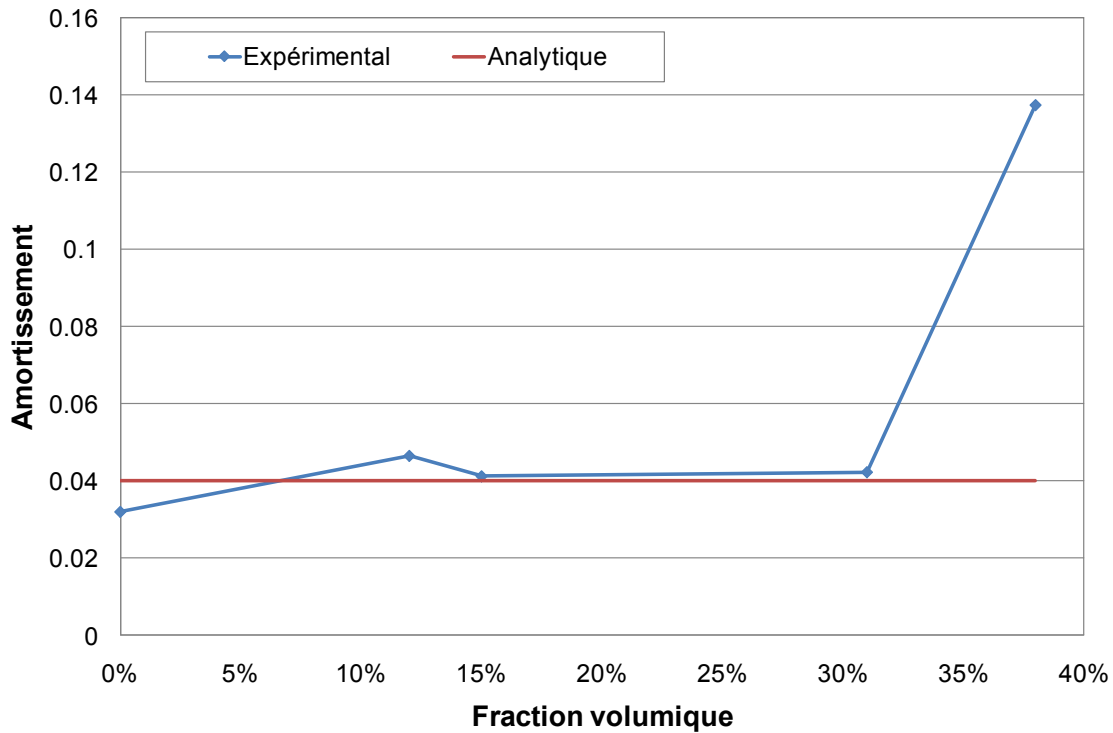


Figure 3.27 : Facteur d'amortissement du CRT de lin en fonction de la fraction volumique des fibres

En conclusion, on constate que le modèle d'homogénéisation analytique est validé au niveau de l'homogénéisation du CRT et l'intégration du principe de correspondance dans le modèle analytique pour déterminer l'amortissement du composite.

### 3.3.3.2.2. Validation du modèle d'homogénéisation du CSH

Plusieurs composites stratifiés hybrides de structures différentes ont été fabriqués par la méthode de moulage sous pression au laboratoire. Ces structures sont :

- [C/L/C]-[1/2/1]-[0°/0°/0°]
- [C/L/C]-[2/1/2]-[0°/0°/0°]
- [C/L/C]-[2/1/2]-[10°/0°/10°]
- [C/L/C]-[2/1/2]-[20°/0°/20°]
- [C/L/C]-[2/1/2]-[0°/15°/0°]
- [C/L/C]-[2/1/2]-[0°/30°/0°]
- [C/L/C]-[2/1/2]-[0°/45°/0°]

Où [C/L/C] est l'ordre d'empilement des couches : CRT à fibre de carbone, CRT à fibre de lin et CRT à fibre de carbone. [2/1/2] sont les nombres de tissus correspondant à chaque couche. [0°/0°/0°] sont les angles d'orientation des couches.

Les CSH rencontrent le même problème que les CRT à fibre de carbone car ils sont trop rigides pour les essais dynamiques avec la machine d'essai Viscoanalyseur VA2000. Donc, il n'y a que les essais de traction qui sont faits sur les CSH pour déterminer le module d'Young.

En utilisant les mêmes dispositifs et le même protocole de l'essai de traction sur la résine époxy, le module d'Young du CSH de différentes structures est déterminé. Les résultats expérimentaux sont comparés avec les résultats du modèle analytique comme indiqué à la Figure 3.28.

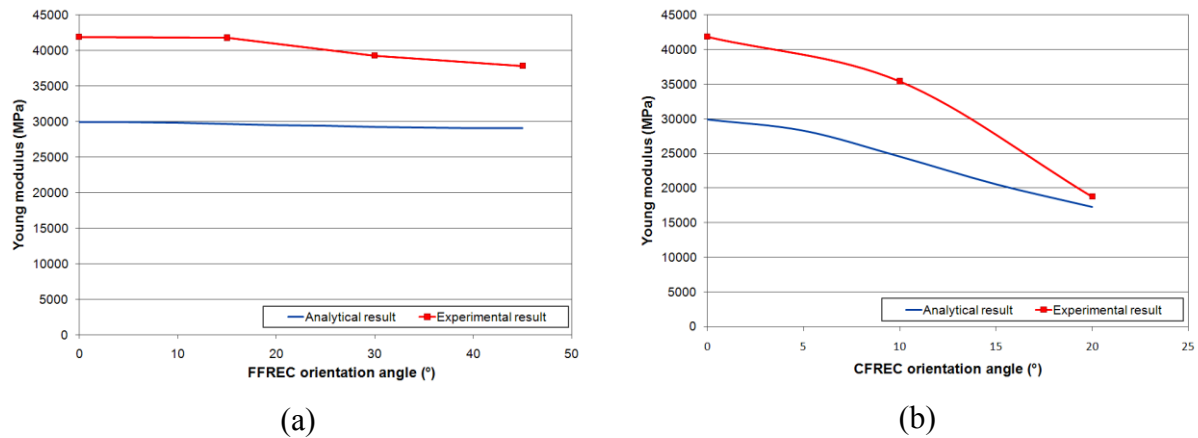


Figure 3.28 : Module d'Young du composite hybride en fonction de : a) l'angle d'orientation du CRT à fibre de lin b) l'angle d'orientation du CRT à fibre de carbone

On voit qu'il y a un écart entre les résultats analytiques et les résultats expérimentaux. Les valeurs obtenues expérimentalement sont plus grandes que les valeurs déterminées par le modèle analytique. Cet écart peut être expliqué par un effet appelé «l'effet hybride» qui a été mis en évidence depuis les années soixante-dix. D'après plusieurs recherches, leurs résultats expérimentaux sur les composites hybrides étaient plus grands que les valeurs estimées par le modèle analytique conventionnel basé sur la loi des mélanges [Swo14]. L'effet hybride est défini comme un comportement synergique de deux types de fibres : les fibres à faible allongement et les fibres à haute élongation dans le composite hybride. Cet effet apporte des améliorations de propriétés mécaniques du composite hybride tel que : la déformation à la rupture, la résistance [Hay72] [Per75] [Fuk83] [Pei90], ou le module d'Young de traction transversal [Tak11]. En fait, l'effet hybride est bien établi mais pas bien compris. Des chercheurs ont expliqué cet écart par une utilisation incorrecte de la loi des mélanges, le sertissage, la désorientation de fibres ou l'imprécision de mesure [Phi81] [Phi82] [Swo14]. Récemment, Swolfs et al. ont commencé à étudier plus profondément cet effet. D'après leur étude bibliographique [Swo14], trois hypothèses ont été proposées pour expliquer l'effet hybride : (1) les contraintes résiduelles (2) les changements dans le développement de dommages menant à la rupture finale du composite hybride et (3) les concentrations de contraintes dynamiques.



Notre étude ne vise pas à étudier l'effet hybride. Nous souhaitons ici valider le modèle d'homogénéisation du CSH. En observant les diagrammes, on voit que les courbes de résultat de deux méthodes ont les mêmes allures. On peut conclure donc que le modèle analytique permet d'analyser la variation de propriétés du composite hybride en fonction de paramètres structuraux. En plus, la sous-estimation du modèle analytique donne un avantage de sécurité en utilisation du matériau CSH. Pour ces raisons le modèle analytique est validé pour analyser et déterminer la structure optimale du CSH.

### 3.3.4. Analyse du composite

Le module d'Young et le facteur d'amortissement du CSH calculés en fonction des paramètres structuraux sont présentés à la Figure 3.29.

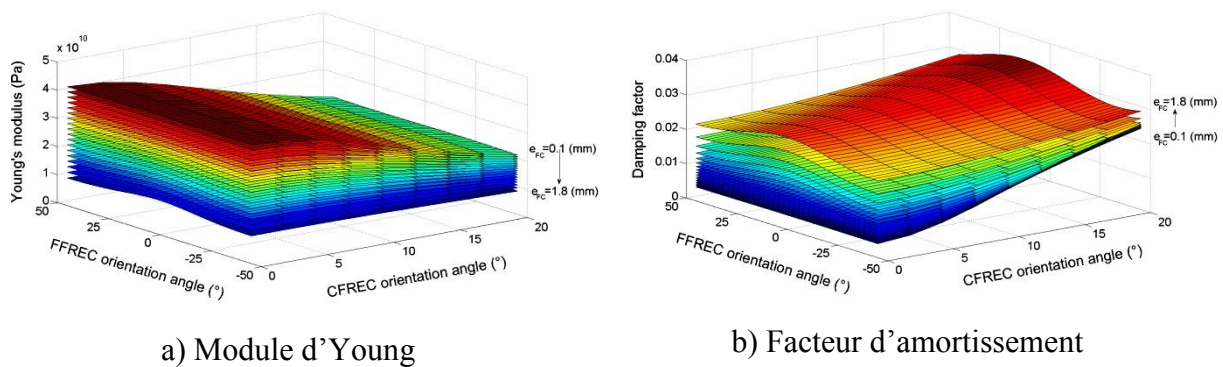


Figure 3.29 : Propriétés du composite en fonction des paramètres structuraux calculées par la méthode analytique

La densité du CSH en fonction de l'épaisseur de la couche d'âme en CRT à fibres de lin se présente dans la Figure 3.30. D'après les résultats, on remarque que les propriétés du composite hybride sont très variables. Le module d'Young peut varier de 8 à 42.4 (GPa), le facteur d'amortissement varie entre 0.41% et 3.3%, et sa masse volumique présente des valeurs de 1.26 (g/cm<sup>3</sup>) à 1.53 g/cm<sup>3</sup>.

Si on regarde l'influence de paramètres structuraux sur les propriétés mécaniques du CSH, on constate que les épaisseurs des couches ont une grande influence sur les propriétés du CSH. Si l'épaisseur de la couche d'âme en CRT à fibres de lin augmente, le facteur d'amortissement du CSH augmente tandis que sa densité et son module d'Young diminuent.



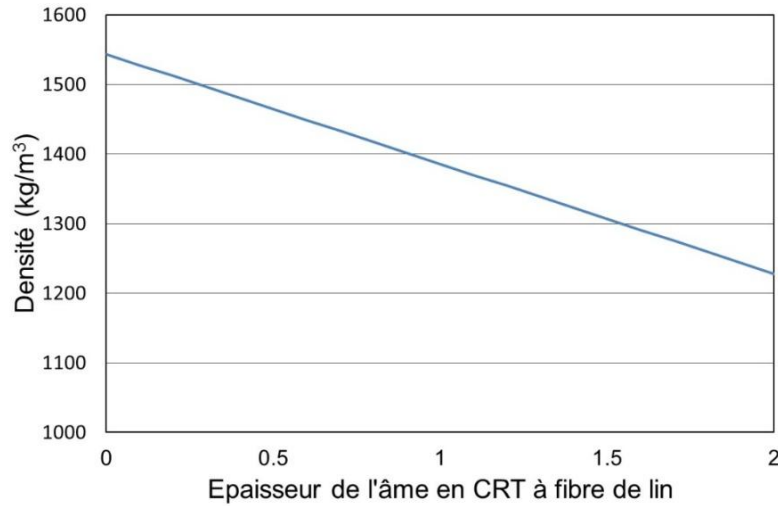


Figure 3.30 : Densité du CSH en fonction de l'épaisseur de l'âme en CRT à fibre de lin

Les orientations des couches CRT n'influencent pas la densité, mais elles ont une influence sur la rigidité et la capacité d'amortissement du CSH. On voit que l'angle d'orientation du CRT à fibre de carbone a une influence importante à la fois sur la rigidité et le facteur d'amortissement du CSH. Quand elle augmente, la rigidité du CSH diminue notablement en revanche son facteur d'amortissement augmente considérablement. L'angle d'orientation de CRT à fibre de lin a peu d'influence sur les propriétés du CSH. Cependant, le module longitudinal et le facteur d'amortissement augmentent avec la diminution de l'angle d'orientation de CRT à fibre de lin. Ils présentent donc les valeurs les plus élevées quand la couche CRT à fibre de lin se dispose dans le sens longitudinal.

En conclusion, les propriétés mécaniques de CSH sont déterminées pour plusieurs structures différentes. Les résultats qui permettent de comprendre la variation de propriétés en fonction de paramètres structuraux, créent une base de données pour l'optimisation de la structure du CSH.

### 3.3.5. Optimisation de la structure du composite stratifié hybride

On rappelle les exigences des propriétés du matériau CSH :

$$\begin{cases} E_L \geq 36(\text{GPa}) \\ \rho_c \leq 1.33(\text{g/cm}^3) \end{cases} \quad (3.82)$$

En réalité, on ne peut pas éliminer la porosité du composite dans la fabrication. Pour prendre en compte ce facteur, une porosité  $p=10\%$  est imposée dans le calcul, la densité est donc recalculée par la formule  $\rho_{\text{CSH}(r)} = (1-p)\rho_{\text{CSH(th)}}$ .

Pour l'optimisation de la structure du CSH, on utilise ici une approche de discrétisation. Dans cette méthode, avec une base de données composée de points discrets, on applique des conditions d'optimisation pour trouver le point le plus convenable aux conditions d'utilisation. On voit que cette méthode est plus précise si la base de données est plus dense et les distances entre les points sont plus proches. Avec le modèle analytique d'homogénéisation, on a établi une base de données des propriétés du CSH en fonction de sa structure.

Pour assurer la rigidité de la structure et maximiser l'utilisation du CRT de lin, les conditions d'optimisation suivantes sont utilisées dans la base de données établie :

$$\begin{aligned} &\text{Min}(\rho_{\text{CSH}(r)}) \\ &\text{Avec } E_L \geq 36(\text{GPa}) \end{aligned} \quad (3.83)$$

Pour ces conditions, on trouve la structure du CSH : [C/L/C]-[0°/0°/0°]-[0.77/0.46/0.77] (mm). Avec cette structure, le CSH présente les propriétés suivantes : le module d'Young longitudinale  $E_{11}=36$  (GPa), la densité  $\rho_{\text{CSH}(r)}=1.323$  (g/cm<sup>3</sup>) et le facteur d'amortissement longitudinal  $\eta_{11}=0.58\%$ . On voit que le CSH s'adapte aux exigences mécaniques et apporte un facteur d'amortissement beaucoup plus élevé que celui des matériaux métalliques.

### 3.4. Conclusion

Dans l'objectif d'une reconception en matériau composite des segments des bras du robot 3CRS, deux types d'optimisation ont été réalisés dans ce chapitre.

D'abord, une étude d'optimisation de la forme du segment pour mieux l'adapter aux sollicitations a été réalisée. Les efforts dans le segment ont été calculés. À partir des résultats, on trouve que le segment travaille surtout en flexion composée. Le problème d'optimisation de forme du segment a été ensuite formulé sous forme de la maximisation sous contraintes d'une fonction objectif. Il est ensuite résolu analytiquement par la méthode d'analyse des dérivées de la fonction d'optimisation. Le résultat d'optimisation a donné une section optimale du segment et les exigences des propriétés du matériau composite.

Le matériau composite a été ensuite conçu et optimisé pour satisfaire les exigences de l'application dans le bras du robot 3CRS. Les essais expérimentaux ont été réalisés pour déterminer des propriétés des matériaux constituants (fibres, résine époxy). La structure du composite envisagé est un stratifié hybride de trois couches : deux couches CRT à fibres de carbone aux peaux et une couche CRT à fibres lin à l'âme. Une méthode analytique d'homogénéisation a été établie pour étudier ce matériau CSH. Cette méthode

d'homogénéisation comprend trois étapes : l'homogénéisation du composite UD, l'homogénéisation du CRT et l'homogénéisation du CSH entier. Elle a aussi intégré le principe de correspondance afin de calculer le facteur d'amortissement du matériau. La méthode a été validée par une méthode numérique des éléments finis ainsi qu'une étude expérimentale. À partir du modèle analytique, les propriétés du CSH ont été calculées en fonction de celles de ses constituants et de sa structure. Ces résultats constituent une base de données qui a été utilisée pour la méthode d'optimisation des données discrètes afin de déterminer la structure optimale du CSH. D'après le résultat, la structure optimale du CSH s'adapte aux exigences en application dans le robot 3CRS et elle présente un facteur d'amortissement beaucoup plus élevé que celui des matériaux conventionnels.

Les principales contributions de ce chapitre sont les suivantes :

- (1) une optimisation de forme du segment du bras du robot 3CRS qui est sollicité en flexion composée et de section tubulaire elliptique. Ce résultat est une donnée pour la fabrication du segment. En plus, la méthode d'optimisation peut être reprise pour les cas de chargement similaires pour économiser le temps de travail.
- (2) un modèle d'homogénéisation viscoélastique du composite stratifié hybride. Ce modèle permet de calculer toutes les propriétés du matériau puisqu'il détermine la matrice de rigidité en 3D et sous forme complexe. Ce modèle est validé avec une bonne précision par un modèle éléments finis et des résultats expérimentaux. En plus, il présente l'avantage d'un temps de calcul faible. Ce modèle couvre plusieurs structures complexes des composites : renfort tissé, stratifié, hybride. Donc, il peut être appliqué pour d'autres types de composite.
- (3) une étude d'analyse du CSH à fibres de carbone et à fibres de lin. Cette étude permet de comprendre les influences des paramètres structuraux sur le comportement du composite stratifié hybride. En plus, elle facilite et favorise l'utilisation du CSH à fibres de carbone et à fibres de lin pour d'autres applications puisqu'elle a permis la création d'une base de données des propriétés du CSH.

## **Chapitre 4 :**

# **Évaluation des performances du segment en composite et du nouveau robot**

### **Sommaire**

4.1. Introduction .....	128
4.2. Évaluation du nouveau segment en matériau composite.....	128
4.2.1. Évaluation numérique des performances du segment robotique .....	128
4.2.1.1. Modèles des éléments finis des segments .....	128
4.2.1.2. Comparaison des résultats.....	130
4.2.2. Évaluation expérimentale des performances du segment en composite.....	131
4.2.2.1. Fabrication du segment composite.....	131
4.2.2.1.1. Structure du segment composite.....	131
4.2.2.1.2. Méthode de fabrication.....	133
4.2.2.1.3. Résultat de la fabrication .....	138
4.2.2.2. Dispositifs et protocoles d'essais .....	139
4.2.2.3. Résultat des essais et discussion .....	139
4.2. Évaluation des performances du nouveau robot.....	142
4.2.1. Modèle analytique viscoélastique du robot .....	142
4.2.2. Analyse des performances du nouveau robot 3CRS.....	144
4.2.2.1. Analyse statique du robot.....	144
4.2.2.2. Analyse dynamique du robot .....	146
4.2.3. Comparaison des performances des robots.....	147
4.3. Conclusion.....	149

## **4.1. Introduction**

La conception du segment en composite a été réalisée dans le chapitre précédent. Dans ce chapitre, deux travaux principaux sont faits :

- Le premier travail est l'évaluation du nouveau segment composite. Il permet d'évaluer les améliorations de la conception du segment en composite par rapport au segment initial en aluminium.
- Le deuxième est une étude sur le nouveau robot avec les segments en composite. Cette étude permettra de comparer les performances du nouveau robot avec celles du robot initial. Ce qui est nécessaire pour valider l'utilisation du matériau composite pour la structure du robot.

## **4.2. Évaluation du nouveau segment en matériau composite**

Dans cette partie, on présente des analyses sur le segment en composite du bras du robot 3CRS par deux méthodes : numérique et expérimentale. D'abord, la conception du segment en composite est étudiée par des modèles éléments finis dans le logiciel ANSYS®. La fabrication du segment en composite est ensuite présentée.

Finalement, des essais statiques et dynamiques sont réalisées sur les segments en aluminium et en composite pour évaluer leurs performances respectives.

### **4.2.1. Évaluation numérique des performances du segment robotique**

On analyse d'abord la conception du segment en composite par une simulation numérique. Des analyses statiques et dynamiques sont effectuées sur deux modèles éléments finis des segments en composite et en aluminium.

#### **4.2.1.1. Modèles des éléments finis des segments**

La Figure 4.1 présente les modèles EF, construits par le logiciel ANSYS®, du segment initial et du nouveau segment en composite. L'élément SOLID95 (l'élément hexaédrique à 20 nœuds) et l'élément SOLID92 (l'élément tétraédrique à 10 nœuds) ont été utilisés pour mailler les modèles.

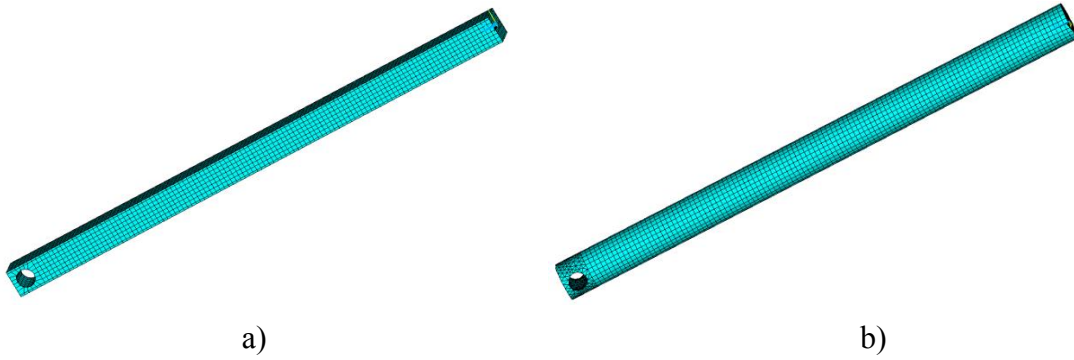


Figure 4.1 : Modèles éléments finis des segments robotiques : a) segment initial en aluminium b) nouveau segment en composite hybride

Le segment initial est fabriqué en aluminium. Le nouveau est fabriqué en matériau composite hybride qui se compose de CRT de lin et CRT de carbone, dont les propriétés mécaniques ont été déterminées dans le chapitre précédent. Le Tableau 4.1 présente les propriétés des matériaux utilisés dans les modèles EF.

Tableau 4.1 : Propriétés des matériaux dans le modèle éléments finis

	<b>CRT à fibre de carbone</b>	<b>CRT à fibre de lin</b>	<b>Aluminium</b>
Densité (kg/m <sup>3</sup> )	1389	1105	2700
Module d'Young (GPa)	$E_{11} = E_{22} = 44.2$ $E_{33} = 6.51$ $G_{12} = 3.61$ $G_{13} = G_{23} = 3.39$	$E_{11} = E_{22} = 8.6$ $E_{33} = 4.17$ $G_{12} = 1.86$ $G_{13} = G_{23} = 1.8$	70
Coefficient de Poisson	$\nu_{12} = 0.0079$ ; $\nu_{13} = \nu_{23} = 0.0285$	$\nu_{12} = 0.1641$ ; $\nu_{13} = \nu_{23} = 0.1876$	0.34
Facteurs d'amortissement	0.38 %	4 %	0.2 % [Lee85]

Les analyses statique et dynamique sont effectuées sur les modèles éléments finis. Dans l'analyse statique, le bras est fixé à une extrémité et l'autre extrémité est sollicitée par une force unitaire  $F = 1$  (N) dans le plan de flexion du bras.

La caractérisation dynamique consiste en une analyse modale et une analyse harmonique. L'analyse modale détermine les fréquences et les déformées modales du segment robotique. L'analyse harmonique est réalisée en appliquant une force sinusoïdale d'excitation dont les fréquences changent progressivement. À partir de l'analyse harmonique, la fonction de réponse en fréquence (FRF) est tracée. Elle permet de calculer le facteur d'amortissement de la structure du segment.

#### 4.2.1.2. Comparaison des résultats

Les résultats statiques et dynamiques des deux segments sont présentés dans le Tableau 4.2.

Tableau 4.2 : Comparaison des résultats des deux segments

		Segment initial en aluminium	Nouveau segment en composite	Différence
Masse (kg)		0.605	0.544	-10%
Analyse statique	$u_{zz}$ ( $\mu m$ )	26.8	23.9	-11%
Analyse modale	$f_1$ (Hz)	73	80	10%
	$f_2$ (Hz)	75	80	8%
	$f_3$ (Hz)	541	524	-3%
Analyse harmonique	$\eta_1$	0.2%	0.6%	200%

En observant les résultats, on remarque que le segment en composite hybride a une masse 10% plus faible que celle du segment en aluminium. Cette réduction peut être expliquée par la diminution des masses des embouts à deux extrémités du segment en composite. Les embouts sont des parties pleines en aluminium. La conception du nouveau segment en composite conduit à des embouts de forme plus simple et permet d'avoir une masse plus faible. Dans l'analyse statique, le segment en composite hybride présente une rigidité meilleure que celle de l'aluminium, qui se traduit par une déformation plus petite de 11% en comparaison avec la déformation du segment en aluminium.

En observant le Tableau 4.2, pour l'analyse modale, les segments en composite et en aluminium ont des fréquences modales assez proches. En outre, la première fréquence modale, la plus dominante dans la réponse vibratoire, du segment en composite est de 10% supérieure à celle du segment en aluminium.

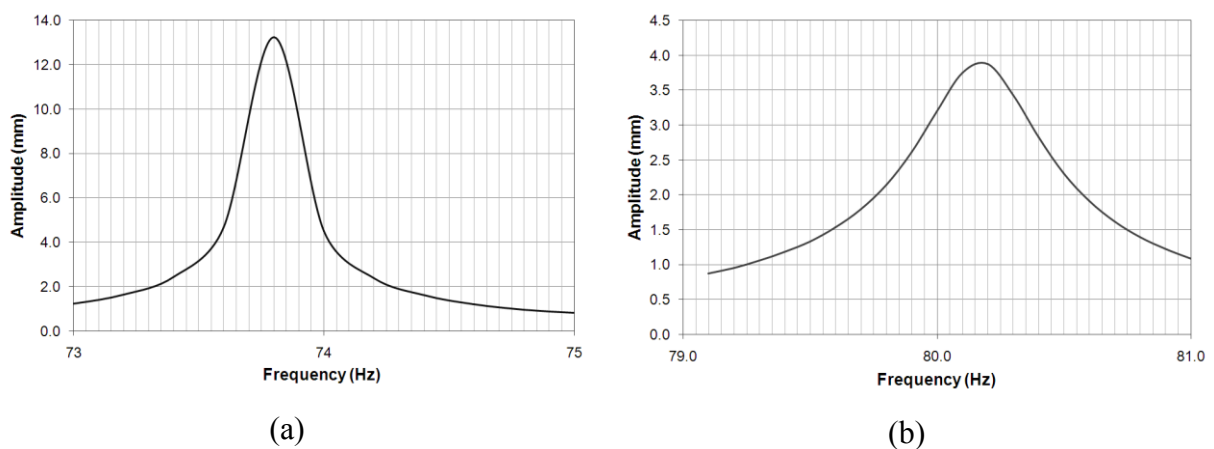


Figure 4.2 : Les fonctions de réponse en fréquence des deux segments : a) segment initial en aluminium b) segment en composite hybride

La Figure 4.2 présente les résultats de l'analyse harmonique pour les deux types de segments. En observant la Figure 4.2, on remarque que l'amplitude des vibrations sous excitation harmonique du segment en composite hybride est très inférieure à celle du segment en aluminium. En utilisant la méthode de la bande passante, les facteurs d'amortissement des deux segments ont été déterminés comme présenté dans le Tableau 4.2. Le résultat montre l'amélioration de la capacité d'amortissement du segment en composite hybride, où le facteur d'amortissement du segment en composite hybride est 200% plus élevé que celui du segment en aluminium.

#### **4.2.2. Évaluation expérimentale des performances du segment en composite**

Dans cette partie, les performances de deux segments en aluminium et en composite sont comparées par l'expérimentation. Au début de la thèse, nous avons prévu de sous-traiter la fabrication des segments composites auprès d'une entreprise spécialisée dans le domaine des matériaux composites. Nous avons discuté avec quelques entreprises, mais, leurs méthodes de fabrication demandent une modification de la forme du segment. Donc, finalement, nous avons essayé de fabriquer les segments en composite par nous-mêmes. Au laboratoire, la technique de «moulage par infusion» a été déjà mise en œuvre par des étudiants au cours de leur projet. Pour cette raison, on a repris cette méthode pour la fabrication des bras composites.

##### **4.2.2.1. Fabrication du segment composite**

###### **4.2.2.1.1. Structure du segment composite**

Dans la conception du segment effectué dans le Chapitre 3 précédent, la section optimale du segment robot est déterminée. La structure optimale du CSH est aussi définie, le résultat obtenu est  $[C/L/C]-[0.77\text{ mm}/0.46\text{ mm}/0.77\text{ mm}]-[0^\circ/0^\circ/0^\circ]$  pour une épaisseur de référence de 2 mm. Pour la section réelle du segment, les épaisseurs des couches sont déterminées par multiplication avec le rapport entre l'épaisseur réelle et l'épaisseur de référence.

On a mesuré les épaisseurs des couches dans les éprouvettes CSH. On a relevé que l'épaisseur d'une couche composite à tissu de carbone est d'environ 0.3-0.35 (mm) et l'épaisseur d'une couche composite à tissu de lin est d'environ 0.75-0.9 (mm). À partir de ces données, le plan de drapage des tissus représenté dans la Figure 4.3 a été donc établi pour la fabrication du segment en composite.



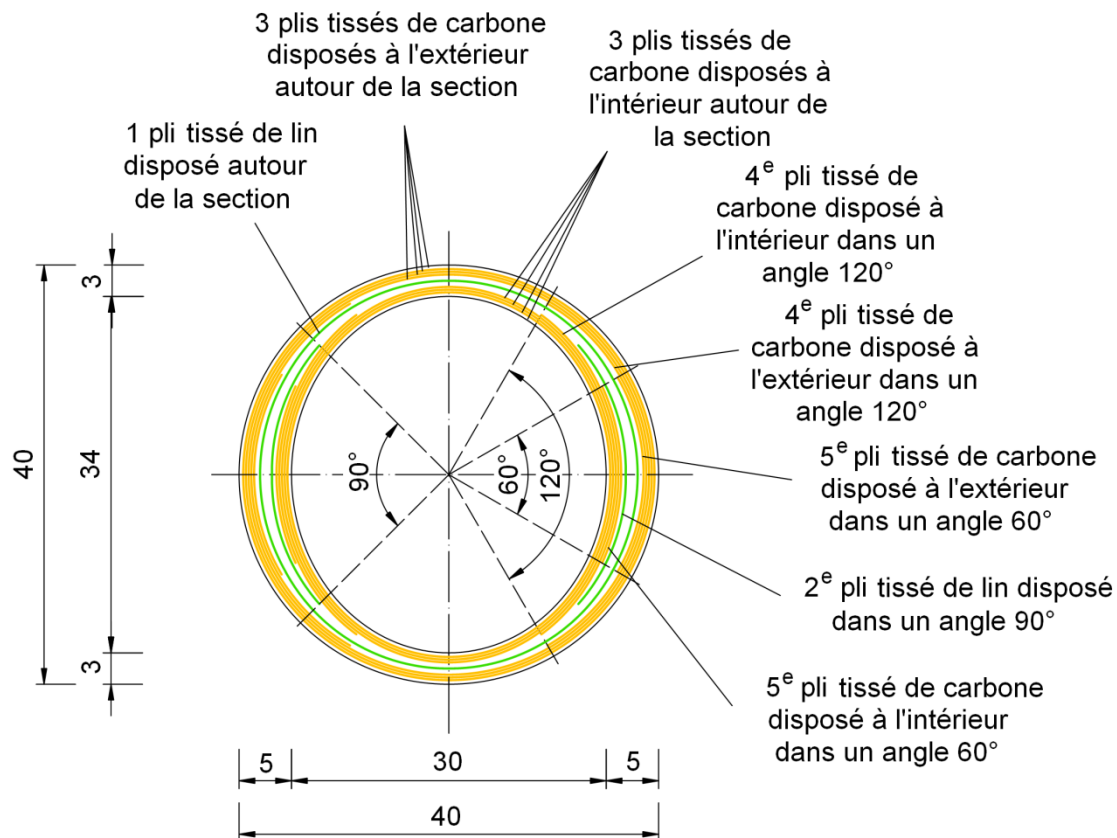


Figure 4.3 : Plan de drapage

Le Tableau 4.3 présente les épaisseurs des couches déterminées par la conception et par l'estimation en fabrication, en fonction de l'épaisseur de la section du segment. On voit que les épaisseurs des couches estimées en fabrication sont assez proches de celles de la structure optimale en conception.

Tableau 4.3: Épaisseurs des couches de la section du segment de la conception et de l'estimation en fabrication

Position de l'épaisseur	Couche	Section en conception	Section estimée en fabrication
e=3 mm	Carbone	1.155 mm	0.9-1.05
	Lin	0.69 mm	0.75-0.9 mm
	Carbone	1.155 mm	0.9-1.05 mm
e=5 mm	Carbone	1.925 mm	1.5-1.75 mm
	Lin	1.15 mm	1.5-1.8 mm
	Carbone	1.925 mm	1.5-1.75 mm

#### **4.2.2.1.2. Méthode de fabrication**

##### **Mise en œuvre choisie**

Au vu de la géométrie de la pièce (section circulaire à l'extérieur et elliptique à l'intérieur), des matériaux utilisés (renforts tissés et résine thermodurcissable) et des moyens à disposition, la technique de mise en œuvre choisie est celle par infusion. Cette technique permet, en tirant le vide entre un moule et un contre-moule (généralement souple), d'aspirer de la résine qui, en se propageant, imprègne les tissus. Dans notre cas, le moule est un tube en plexiglas (qui permet de visualiser le front de propagation de résine) et le contre-moule est une bâche à vide spécialement conçue pour l'infusion. Les plis de tissus de lin et de carbone, enroulés autour de la bâche à vide (scellée sur toute sa longueur par du scotch), sont insérés dans le tube. L'application du vide par une extrémité latérale du tube permet non seulement d'aspirer la résine par l'autre extrémité latérale du tube (et donc, d'imprégner les tissus) mais aussi de comprimer les tissus contre les parois du tube, assurant ainsi une forme bien circulaire à la pièce finale. Un mandrin central circulaire en aluminium sera également utilisé afin de faciliter l'enroulage des différents plis.

Les points les plus délicats dans cette méthode sont :

- de faire un vide suffisamment poussé pour faire avancer la résine à travers les renforts,
- de forcer la résine à passer par les tissus, c'est-à-dire de ne pas créer d'autre chemin préférentiel,
- de démouler la pièce finale.

Pour ce dernier point, le tube est enduit à l'intérieur de cire de démoulage qui s'est déjà révélé efficace dans le cas d'une résine époxy. De plus, un tissu d'arrachage a été utilisé pour faciliter l'extraction du composite. Pour le premier point, il faut assurer une bonne étanchéité entre le moule et le « contre-moule ». Ceci sera réalisé au niveau de la bâche à vide rabattu sur les extrémités du tube ainsi qu'au niveau des différents tuyaux (d'arrivée de résine et de tirage du vide) à l'aide de scotch ultra-fort dédié à l'infusion et de mastic. Enfin, pour le second point, les tissus seront entourés, sur les faces intérieure et extérieure (au contact soit de la bâche à vide, soit du tube), d'un tissu perforé et d'une grille de diffusion conçus spécialement pour réaliser des pièces composites par infusion avec le moins de porosités possible. Il faut noter que, pour des raisons pratiques, ce tissu perforé sera confondu par la suite avec le tissu d'arrachage, du fait de la finesse de son maillage. Enfin, un disque en feutre drainant sera positionné perpendiculairement à l'axe principal du tube au niveau de l'arrivée de résine, afin de répartir la résine de façon homogène sur le rayon du tube.

Les matériaux utilisés sont :

- un tissu de lin natté de 0,9 mm d'épaisseur et de densité surfacique 500 g/m<sup>2</sup>, dont chaque mèche regroupe 4 fils, commercialisé par Composite Evolution sous le nom Biotex Flax 4×4 Plain Weave.
- un tissu de carbone 12K de 0,35mm d'épaisseur, fourni par SF-Composites et produit par Hexcel sous la référence 48302.
- une résine époxy (1040) et un durcisseur rapide (1048N), fournis par SF-Composites et produits par Résoltech
- un tube en plexiglas de 50mm de diamètre et 80cm de long, fourni par EJM Plastiques
- une bâche à vide de 75 µm d'épaisseur fournie par Composites Distribution sous la référence PATS215
- du mastic SM6000 basse température

Le reste du matériel utilisé (pompe à vide, pot à résine, tissu perforé d'arrachage, grille de diffusion, feutre drainant, tuyaux, clamp, scotch...) était fourni dans le kit d'infusion vendu par EasyComposites.

### Conception du tube.

Le tube a préalablement été percé d'un trou d'environ 1cm de diamètre à chaque extrémité, d'un côté pour positionner le tuyau permettant de tirer le vide (haut du tube), de l'autre côté pour fixer le tuyau d'arrivée de la résine (bas du tube). Ainsi le vide fera « monter » la résine de bas en haut, ce qui facilitera la bonne imprégnation des tissus. Globalement, le schéma du tube est donné dans la Figure 4.4.

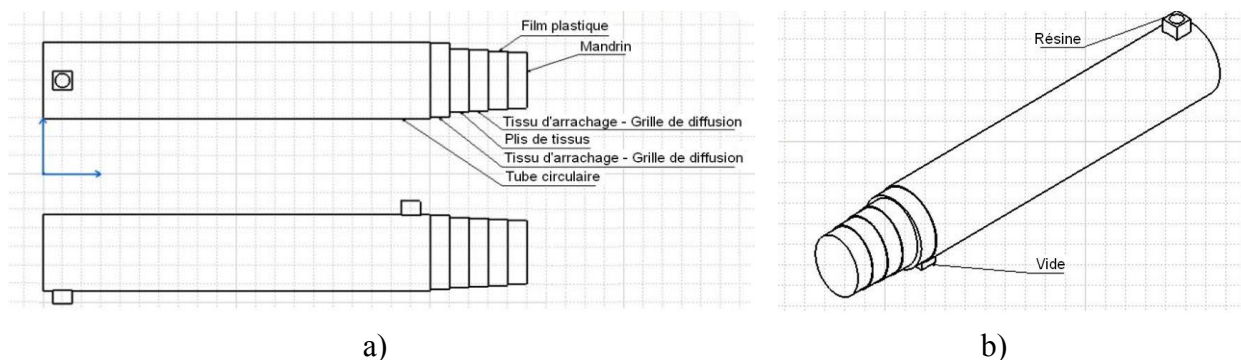


Figure 4.4 : Schéma représentatif du tube en plexiglas et des éléments présents à l'intérieur :

a) vue en face et dessus b) vue isométrique

### Préparation des tissus

La forme optimale du bras en composite a été déterminée dans les chapitres précédents. Afin de réaliser une section circulaire à l'extérieur et elliptique à l'intérieur, tout en gardant les

taux de renfort optimums déterminés précédemment, les plis de tissus de lin et de carbone doivent être coupés à des dimensions exactes et empilés suivant un ordre bien précis comme présenté en Figure 4.5.

Afin de réaliser cet empilement, les tissus de lin et de carbone sont coupés et posés les uns au-dessus des autres. Ils sont ensuite cousus ensemble afin de les rendre manipulables et de pouvoir les enrouler autour du mandrin. Pour obtenir un bras en composite d'une longueur de 50cm, la longueur des tissus a été fixée à 60cm en comptant une marge de sécurité de 10cm qui pourrait être moins bien imprégnée.

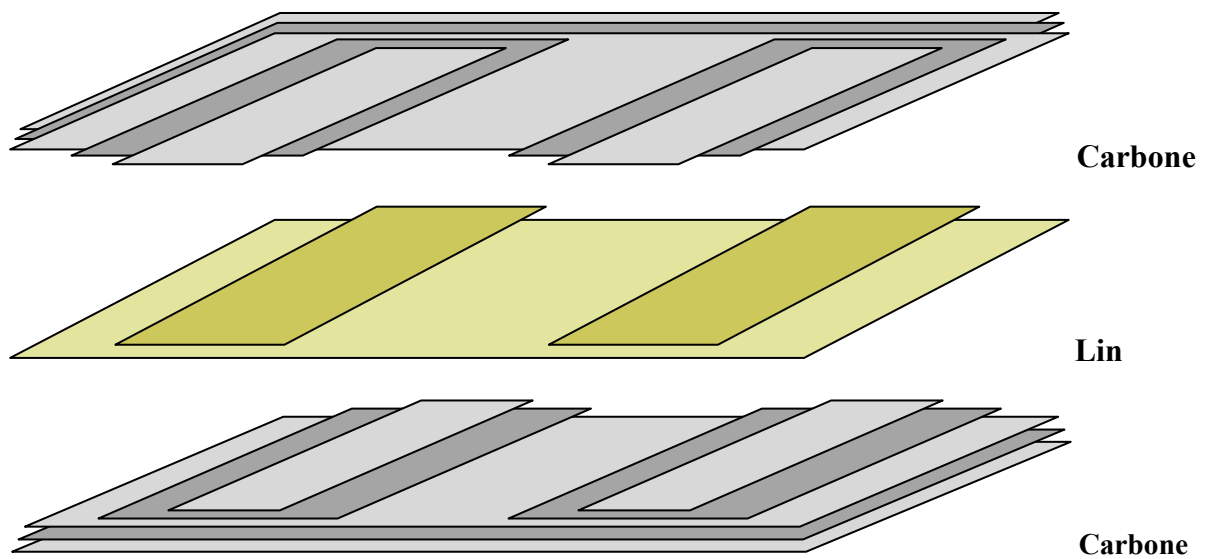


Figure 4.5 : Empilement des plis de tissus de lin et de carbone

### **Empilement des différents éléments**

Pour que les tissus soient bien imprégnés de résine lors de l'infusion, ils sont recouverts (sur les faces intérieure et extérieure) d'une épaisseur de tissu perforé (blanc) et d'une épaisseur de grille de diffusion, comme illustré sur la Figure 4.6-a. Au centre de cet empilement, on distingue le mandrin qui servira uniquement de support pour l'enroulage des tissus et l'insertion dans le tube, ainsi que la bâche à vide, d'environ 1 m de long, enroulée autour du mandrin et scellée sur toute sa longueur par du scotch ultra-résistant. Les différentes épaisseurs de tissus sont ensuite cousues par paquet (excepté la bâche à vide évidemment) puis refermées autour du mandrin pour former un empilement concentrique (Figure 4.6-c). L'ensemble est ensuite inséré dans le tube en plexiglas, d'une longueur de 80 cm, présentant une section de 50 mm de diamètre et des parois de 4 mm d'épaisseur.

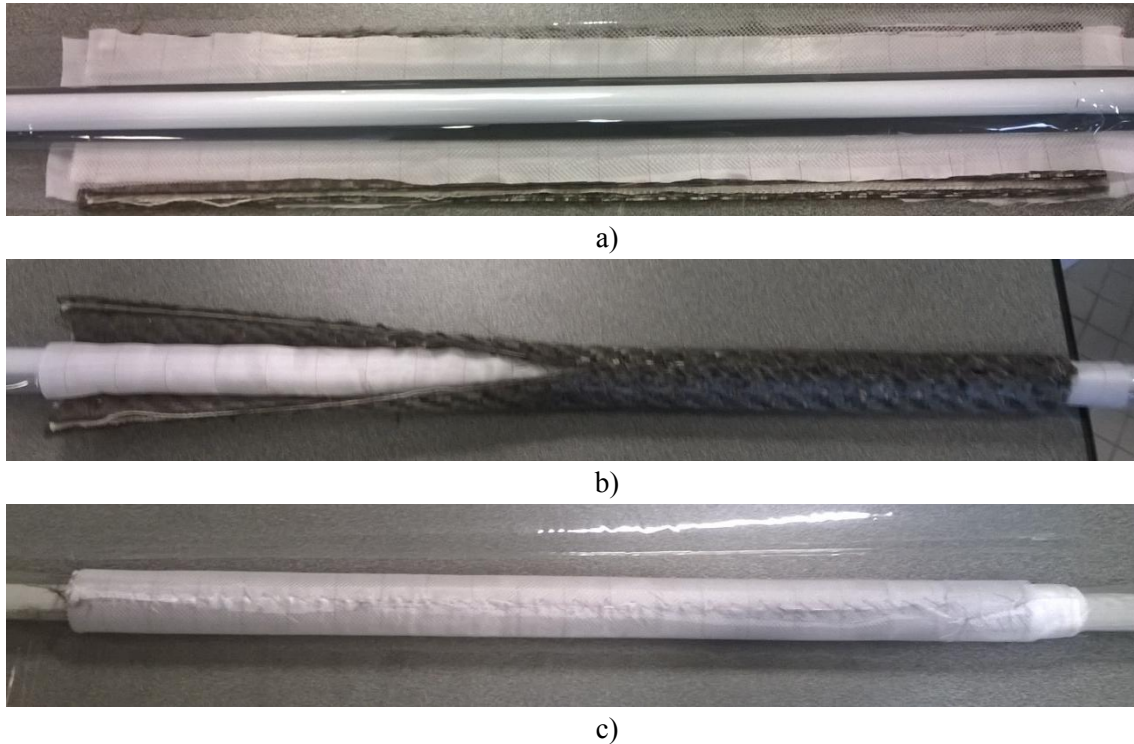


Figure 4.6 : a) Empilement des différents éléments b) Mise en place des tissus par couture  
c) Empilement concentrique de tissus prêt à être inséré dans le tube en plexiglas

## Infusion

Une fois les tissus et autres plis insérés dans le tube, le mandrin métallique est retiré, la bâche à vide est rabattue aux 2 extrémités du tube et les tuyaux d'arrivée de résine et de tirage du vide sont positionnés. L'étanchéité est réalisée à l'aide de mastic et de scotch bleu (spécialement conçu pour l'infusion), comme le montre la Figure 4.7.



Figure 4.7 : Montage prêt pour l'infusion

Le tube est ensuite placé verticalement. Le tuyau du haut est relié à la pompe à vide (par l'intermédiaire du pot à résine) et celui du bas est plongé (encore clampé) dans un pot de résine contenant le mélange époxy – durcisseur (mélange ayant été fait dans les proportions indiquées par le fournisseur et à la toute dernière minute). Le pot à résine sert à éviter que de la résine ne se retrouve aspirée dans la pompe. La pompe est mise en route, ce qui a pour effet

de comprimer les tissus contre les parois du tube et de révéler les fuites. Une des étapes les plus longues commence alors : la détection, la localisation et la réparation des défauts d'étanchéité au niveau des tuyaux et de la bâche à vide. Une fois l'étanchéité assurée, on retire le clamp du tuyau du bas, ce qui a pour effet de mettre en mouvement la résine. En quelques minutes, celle-ci imprègne les tissus et on peut distinguer son front de propagation à travers le tube transparent (Figure 4.8). En tout, ce sont environ 500 ml de résine qui ont été consommés lors de cette infusion ; il faut noter que la quantité de résine réellement présente dans le composite final n'est pas facile à déterminer exactement puisque les pertes (dans les tuyaux, le pot à résine, etc.) ne peuvent pas être mesurées précisément.



Figure 4.8 : Front de propagation de la résine en cours d'infusion (de bas en haut) ; on distingue la grille de diffusion et le tissu d'arrachage perforé à travers le tube (en haut) et les tissus imprégnés de résine (en bas).

La réaction de réticulation de la résine époxy est très exothermique : le tube en plexiglas est très chaud, surtout en bas. Lorsque la résine a atteint le haut du tube et commence à apparaître dans le tuyau relié au pot à résine, le tuyau d'alimentation est clampé. On continue d'appliquer un léger vide pour permettre aux dernières bulles présentes dans le haut du tube de s'échapper. Enfin, le tuyau du haut est également clampé et on laisse la résine réticuler puis refroidir plusieurs heures.

### **Démoulage**

Reste alors à retirer le tube, la bâche à vide, les tissus perforés d'arrachage et les grilles de diffusion. Le tube en plexiglas a tout d'abord été découpé à la scie pour permettre d'isoler le composite. La bâche à vide a également pu être décollée du reste des matériaux. Par contre, vu la géométrie de la pièce fabriquée et les fuites de résine qui ont tout de même eu lieu à l'intérieur du tube, les plis de tissu perforé et de grille de diffusion internes n'ont pas pu être retirés. Ces mêmes plis côté extérieur du composite n'ont pas non plus été retirés par peur d'endommager la surface du composite. Cependant, la masse totale de ces 4 épaisseurs est



suffisamment faible comparée à la masse du composite, et leur répartition est suffisamment uniforme le long du bras, pour pouvoir considérer l'impact de leur présence négligeable d'un point de vue mécanique (quasi-statique et dynamique).

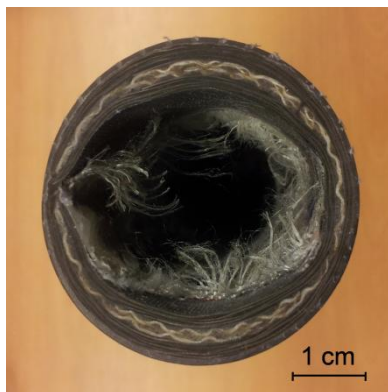
#### 4.2.2.1.3. Résultat de la fabrication

Le résultat obtenu de la fabrication du segment en composite hybride est présenté en Figure 4.9.



Figure 4.9 : Segment du bras robotique en composite stratifié hybride

La Figure 4.10 présente une vue macroscopique des sections aux deux extrémités du segment composite. On peut voir dans la section en bas que la résine a bien imprégné les tissus, en revanche, l'imprégnation est moins bonne en haut.



a) Section en bas



b) Section en haut

Figure 4.10 : Sections aux deux extrémités du segment

On trouve aussi que les dimensions extérieures et les épaisseurs des couches correspondent assez bien à la conception. Le bord extérieur est circulaire et régulier. Mais, le bord interne est assez rugueux. La résine a imprégné et durci avec les grilles de diffusion qui sont donc très difficiles à enlever après la fabrication. Par conséquent, des améliorations de la méthode de fabrication sont nécessaires. On formule ici deux propositions de modification pour améliorer la méthode de fabrication :

- Le premier point, le mandrin intérieur doit être un tube rigide en section elliptique qui permet d'assurer la précision de dimensions intérieures de la section du tube. Ce mandrin servira comme le moule intérieur.
- Le deuxième point, on peut enlever les tissus d'arrachage et les grilles de diffusion à l'intérieur et l'extérieur parce que ces couches sont difficiles à enlever en étape de démoulage. Le trou vide peut être formé par les moules intérieurs et extérieurs et les films plastiques.

#### **4.2.2.2. Dispositifs et protocoles d'essais**

Pour les essais expérimentaux, les segments sont encastrés à une extrémité, l'autre extrémité est laissée libre. La Figure 4.11 présente les encastresments des segments.



a)



b)

Figure 4.11 : Encastrement des segments : a) segment en composite b) segment en aluminium

Pour caractériser les comportements des segments, deux types d'essai sont réalisés : l'essai statique et l'essai dynamique. Le principe de l'essai statique est de mesurer la déformation des segments sous sollicitation. L'essai dynamique a pour but de déterminer les fréquences de vibration ainsi que les facteurs d'amortissement des segments.

Les dispositifs et le protocole des essais sont les mêmes que les essais statique et dynamique effectués sur le robot initial.

#### **4.2.2.3. Résultat des essais et discussion**

Dans les essais statiques, les forces de 10 N et de 20 N sont consécutivement appliquées sur un point distant de 1 cm de l'extrémité libre du segment. On mesure le déplacement du point à 2 cm de l'extrémité libre. Le Tableau 4.4 présente le résultat des essais statiques effectués sur les deux types de segment du bras robotique.



Tableau 4.4 : Comparaison des déformations des segments du bras robotique en aluminium et en composite

Force	Flèche du bras en aluminium (mm)	Flèche du bras en composite (mm)	Différence (%)
10 N	0.247	0.229	-7%
20 N	0.499	0.453	-9%

En observant le tableau, on remarque que le bras composite présente un déplacement plus faible que celui du bras en aluminium. Ce résultat montre une amélioration de la rigidité en flexion du bras composite. La réduction de déformation est de 7-9%, ce qui est en accord avec l'estimation par les modèles éléments finis dans la section précédente.

La Figure 4.12 présente deux courbes de fonction de transfert en accélération des segments en aluminium et en composite hybride.

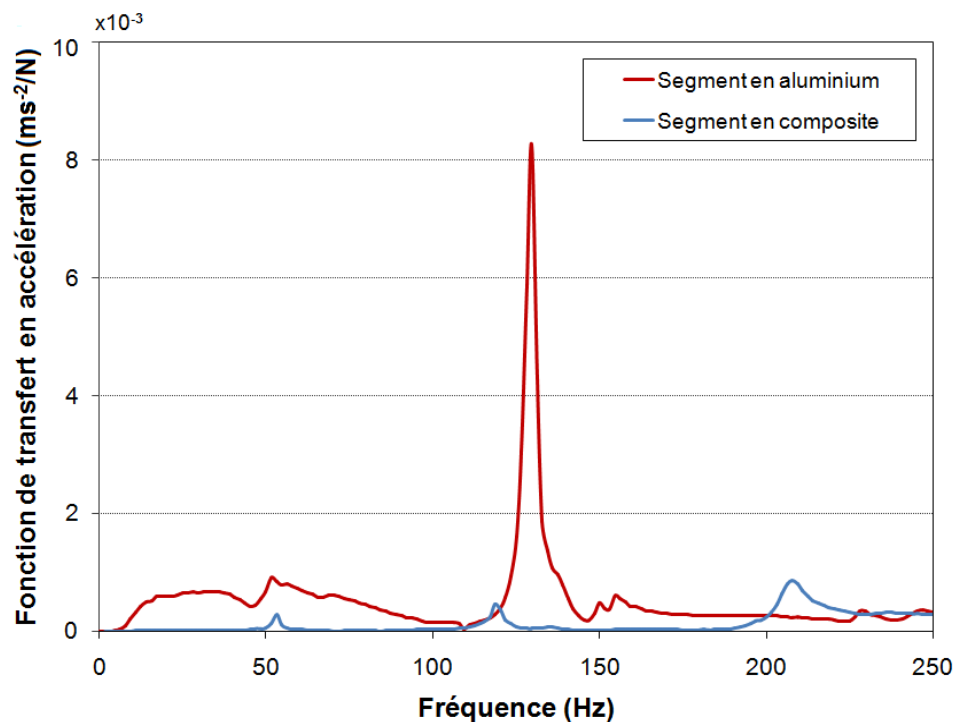


Figure 4.12 : Fonction de transfert en accélération des segments en aluminium et en composite

En observant les diagrammes dans la Figure 4.12, on remarque que l'amplitude de vibration du bras en composite est beaucoup plus petite que celle du bras initial en aluminium. Cette diminution de l'amplitude peut conduire à une réduction des erreurs de positionnement et une augmentation de la précision en fonctionnement du robot. Ce résultat est en accord avec le résultat numérique.

Tableau 4.5: Résultat des essais dynamiques menés sur les segments aluminium et composite

	Segment aluminium		Segment composite	
	Fréquence naturel (Hz)	Facteur d'amortissement	Fréquence naturel (Hz)	Facteur d'amortissement
Mode 1	53	-	53	3.4%
Mode 2	129	2%	119	2.4%

À partir des courbes de fonction de transfert, on peut déterminer des fréquences de vibrations correspondant aux pics dans les diagrammes. Le facteur d'amortissement correspondant à chaque fréquence peut être également déterminé en utilisant la méthode de bande passante par l'équation (4.1). Les résultats des essais dynamiques sont résumés dans le Tableau 4.5.

$$\eta = \frac{\Delta f_i}{f_i} \quad (4.1)$$

En comparant les résultats des essais dynamiques des deux segments en aluminium et en composite, on voit que ces deux segments présentent des fréquences assez similaires, bien que les fréquences du segment en composite soient un peu plus faibles que celles du segment en aluminium. Ce résultat peut être expliqué par la fabrication du segment. Comme déjà mentionné, des couches autres que des tissus imprégnés sont encore présentes dans les parois du tube. Donc, la masse du bras en composite est en réalité plus élevée que celle prévue dans la phase de conception. Cette augmentation de masse conduit à une diminution des fréquences de vibration puisque les fréquences de vibration d'une poutre sont des fonctions décroissantes avec de la racine carrée de la masse.

On remarque que les facteurs d'amortissement des segments déterminés par les essais sont plus élevés que ceux des modèles éléments finis. Cette différence peut venir du système de support. Le bras est fixé sur une table en bois qui est un matériau viscoélastique et présente en général une rigidité beaucoup plus faible que celles de matériaux constituant les segments. En plus, les serre-joints ont des cales en matériau plastique qui ont donc aussi une capacité d'amortissement importante. Cependant, le segment en composite présente un facteur d'amortissement plus élevé que celui du segment aluminium, ce qui est en accord avec le résultat numérique.

En conclusion, les résultats numériques et les résultats expérimentaux sont en accord. D'après ces résultats, les deux segments en composite et en aluminium ont des caractéristiques en termes de rigidité et de fréquences de vibration assez similaires avec une petite amélioration pour le segment en composite. En particulier, le segment en composite présente une capacité d'amortissement beaucoup plus importante que celle du bras en aluminium, ce qui se traduit

par une forte réduction de l'amplitude de vibration et un facteur d'amortissement plus élevé. L'amélioration du segment peut conduire à des améliorations des performances du robot. La section suivante va donc évaluer les performances du nouveau robot avec des segments en composite pour vérifier cette hypothèse.

## 4.2. Évaluation des performances du nouveau robot

Pour distinguer le robot avec des segments en composite du robot initial, on l'appellera dans la suite « le nouveau robot ». La Figure 4.13 présente le modèle CAO du nouveau robot.

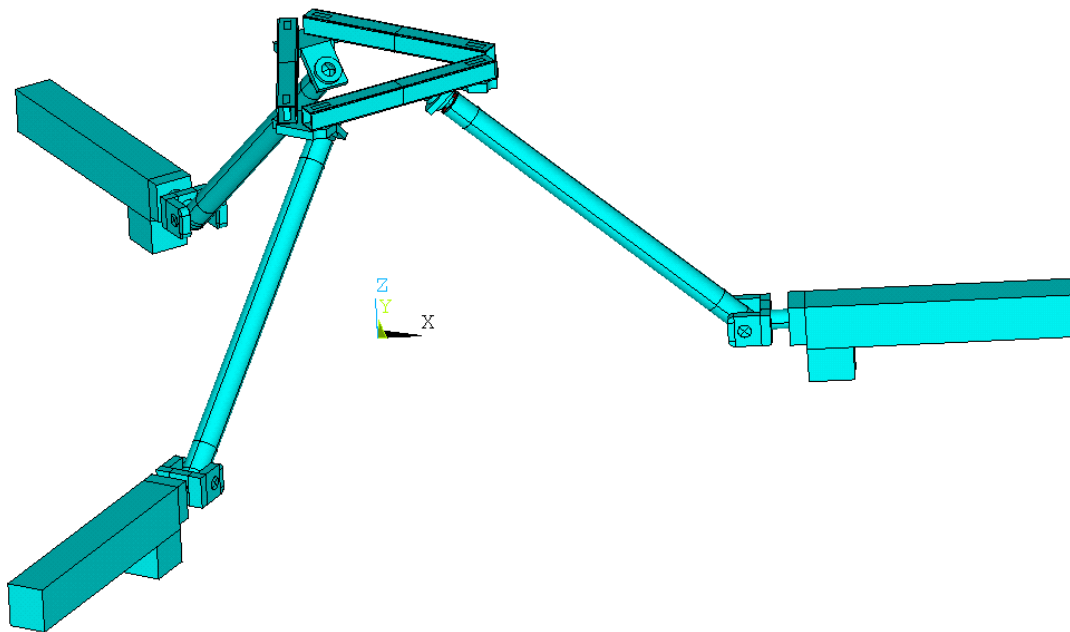


Figure 4.13 : Modèle CAO du nouveau robot 3CRS avec des bras composites

Dans cette section, les comportements statique et dynamique du nouveau robot seront étudiés analytiquement par la même méthode que l'étude sur le robot initial. De plus, la capacité d'amortissement de la structure du robot sera également déterminée. Donc, on prendra en compte le comportement viscoélastique des matériaux en utilisant le principe de correspondance. Les performances du nouveau robot sont ensuite comparées avec celles du robot initial.

### 4.2.1. Modèle analytique viscoélastique du robot

La méthode analytique pour étudier le nouveau robot est la même méthode utilisée dans le chapitre 2, c'est la combinaison de la méthode d'analyse des matrices structurelles et les équations de Lagrange avec multiplicateurs. Afin d'évaluer la capacité d'amortissement de la structure du robot, le principe de correspondance est intégré dans la méthode de calcul. C'est-

à-dire que le module complexe des matériaux est utilisé en remplacement de leur module élastique comme suit :

$$E_{Al}^* = E_{Al}^0 (1 + \eta_{Al} i) \quad (4.2)$$

$$E_{Fe}^* = E_{Fe}^0 (1 + \eta_{Fe} i) \quad (4.3)$$

$$E_{composite}^* = E_{composite}^0 (1 + \eta_{composite} i) \quad (4.4)$$

Les propriétés des matériaux utilisés dans le modèle analytique sont présentées dans le Tableau 4.6. Le matériau composite présente un comportement anisotrope, mais dans le modèle analytique, les segments sont considérés comme des éléments de poutre. Donc, il n'y a que certaines de leurs propriétés qui sont utilisées dans le modèle.

Tableau 4.6: Propriétés des matériaux du modèle de calcul

	Composite hybride	Aluminium	Acier
Densité (kg/m3)	1330	2700	7800
Module d'Young (GPa)	$E_{11}=36$ ; $G_{12}=3.2$	70	210
Coefficient de Poisson	$\nu_{12}=0.05$	0.34	0.31
Facteurs d'amortissement	$\eta_{11}=0.6\%$ ; $\eta_{12}=3.8\%$	0.2 % [Lee85]	0.1 % [Lee85]

Le modèle analytique est constitué de sous-éléments qui sont des éléments de poutre 3D. En prenant en compte le matériau viscoélastique, la matrice de rigidité d'un élément est donc :

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{E^* A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{E^* A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12E^* I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6E^* I_z}{L^2} & 0 & -\frac{12E^* I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6E^* I_z}{L^2} \\ \frac{12E^* I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6E^* I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12E^* I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6E^* I_y}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{G^* J_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{G^* J_x}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4E^* I_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6E^* I_y}{L^2} & 0 & \frac{2E^* I_y}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4E^* I_z}{L} & 0 & -\frac{6E^* I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2E^* I_z}{L} & 0 & 0 \\ \frac{E^* A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12E^* I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6E^* I_z}{L^2} & 0 & -\frac{12E^* I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6E^* I_z}{L^2} \\ \frac{12E^* I_y}{L^3} & 0 & \frac{6E^* I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12E^* I_y}{L^3} & 0 & \frac{6E^* I_y}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{G^* J_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G^* J_x}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4E^* I_y}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4E^* I_y}{L} & 0 & 0 \\ \frac{4E^* I_z}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4E^* I_z}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Les analyses statiques et dynamiques sont ensuite réalisées de la même façon que sur le robot initial dans le chapitre 2 pour déterminer les rigidités et les fréquences modales du nouveau robot.

Pour la détermination du facteur d'amortissement de la structure, le principe de correspondance a été appliqué dans le modèle d'homogénéisation du CSH (Chapitre 3). Le facteur d'amortissement du CSH a été déterminé par le rapport entre le module imaginaire et le module réel du matériau. Pour la structure du robot, on ne peut pas utiliser cette méthode pour déterminer le facteur d'amortissement de la structure. En fait, la relation entre la pulsation d'une structure élastique et celle de la même structure étudiée en viscoélasticité est donnée par l'équation [Bil10] :

$$\omega^2 = \omega_0^2(1 + \eta * i) \quad (4.6)$$

Avec  $\omega$  la pulsation de la structure de comportement viscoélastique,  $\omega_0$  la pulsation de la même structure de comportement élastique et  $\eta$  le facteur d'amortissement de la structure.

À partir de l'équation (4.6), le facteur d'amortissement de la structure est donc déterminé par :

$$\eta = \frac{\text{Im}(\omega^2)}{\text{Re}(\omega^2)} \quad (4.7)$$

## 4.2.2. Analyse des performances du nouveau robot 3CRS

### 4.2.2.1. Analyse statique du robot

En utilisant le modèle analytique, les rigidités en translation du robot en fonction de la position de la plateforme sont déterminées et représentées sur la Figure 4.14. Dans ce calcul, l'orientation de la plate-forme mobile est maintenue constante à  $\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$ .

En observant la Figure 4.14, on remarque que les rigidités de couplage  $K_{xy}$ ,  $K_{yz}$  et  $K_{xz}$  sont presque nulle lorsque la plateforme se rapproche du centre de l'espace de travail.  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  et  $K_{zz}$  sont symétriques par rapport au plan  $Oxz$ . Les valeurs de la rigidité  $K_{xx}$  et  $K_{yy}$  sont presque identiques et diminuent avec l'augmentation de l'altitude de la plateforme. La rigidité  $K_{zz}$  augmente avec l'augmentation de la hauteur de la plateforme mobile. Elle est plus grande que celle dans les directions  $x$  et  $y$ . En plus, la rigidité  $K_{zz}$  ne change pas significativement dans chaque plan  $z$ .

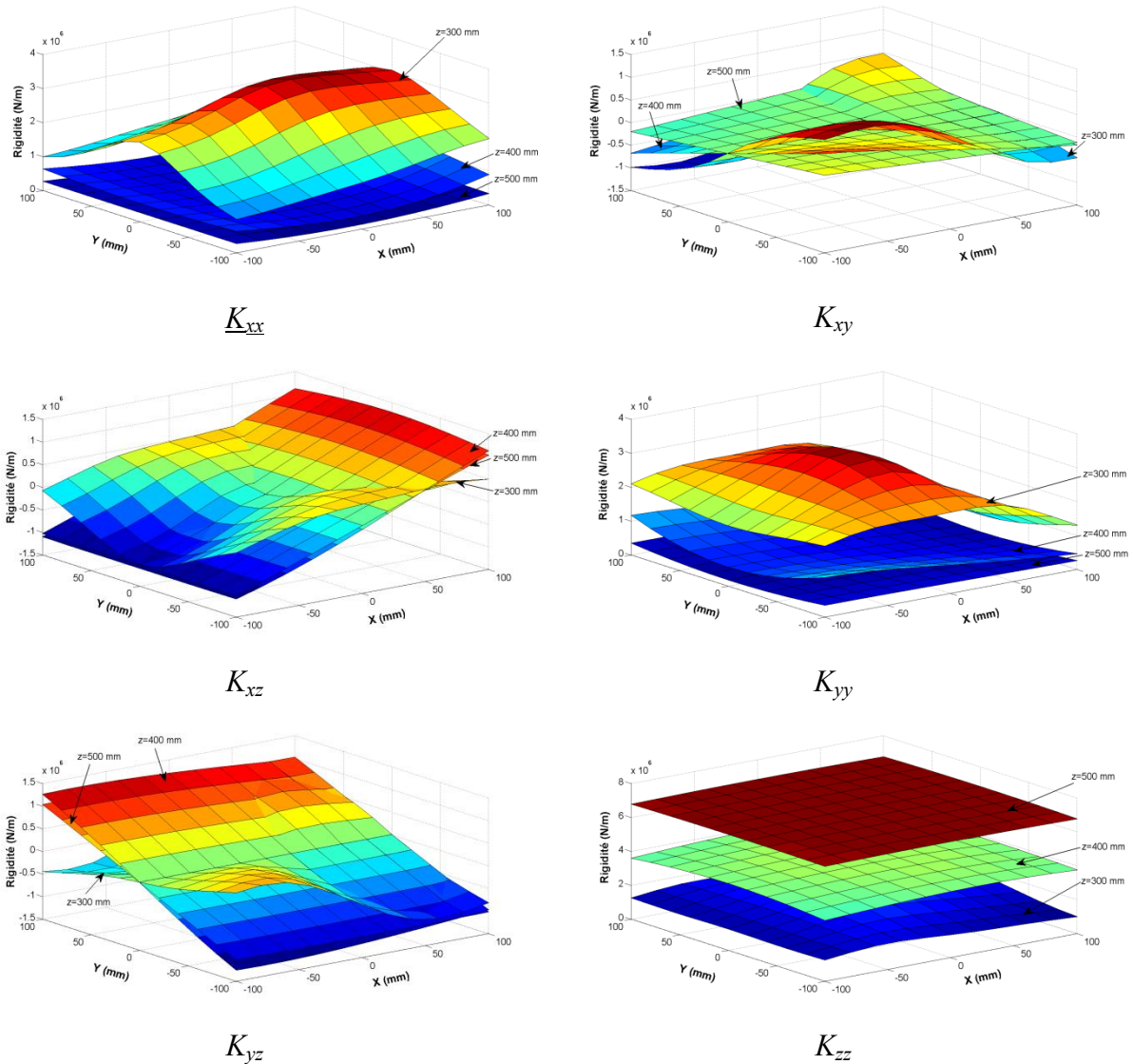


Figure 4.14 : Cartes de rigidités du nouveau robot en fonction de la position de la plateforme. Les rigidités en translation du nouveau robot sont calculées en fonction de l'orientation de la plateforme comme indiqué à la Figure 4.15. Dans ce calcul, la position de la plateforme mobile est maintenue constante à  $X_E=Y_E=0$  et  $Z_E=400$  (mm). En observant la Figure 4.15, on constate que la rigidité du robot varie considérablement lorsque l'orientation de la plateforme change. Les rigidités  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  et  $K_{zz}$  augmentent avec l'angle de rotation  $\varphi_z$ . La rigidité en translation dans un sens est très influencée par le changement de l'angle autour de l'axe perpendiculaire avec le sens considéré. Lorsque l'angle  $\varphi_z$  est plus grand, la variation de la rigidité du robot est plus stable.

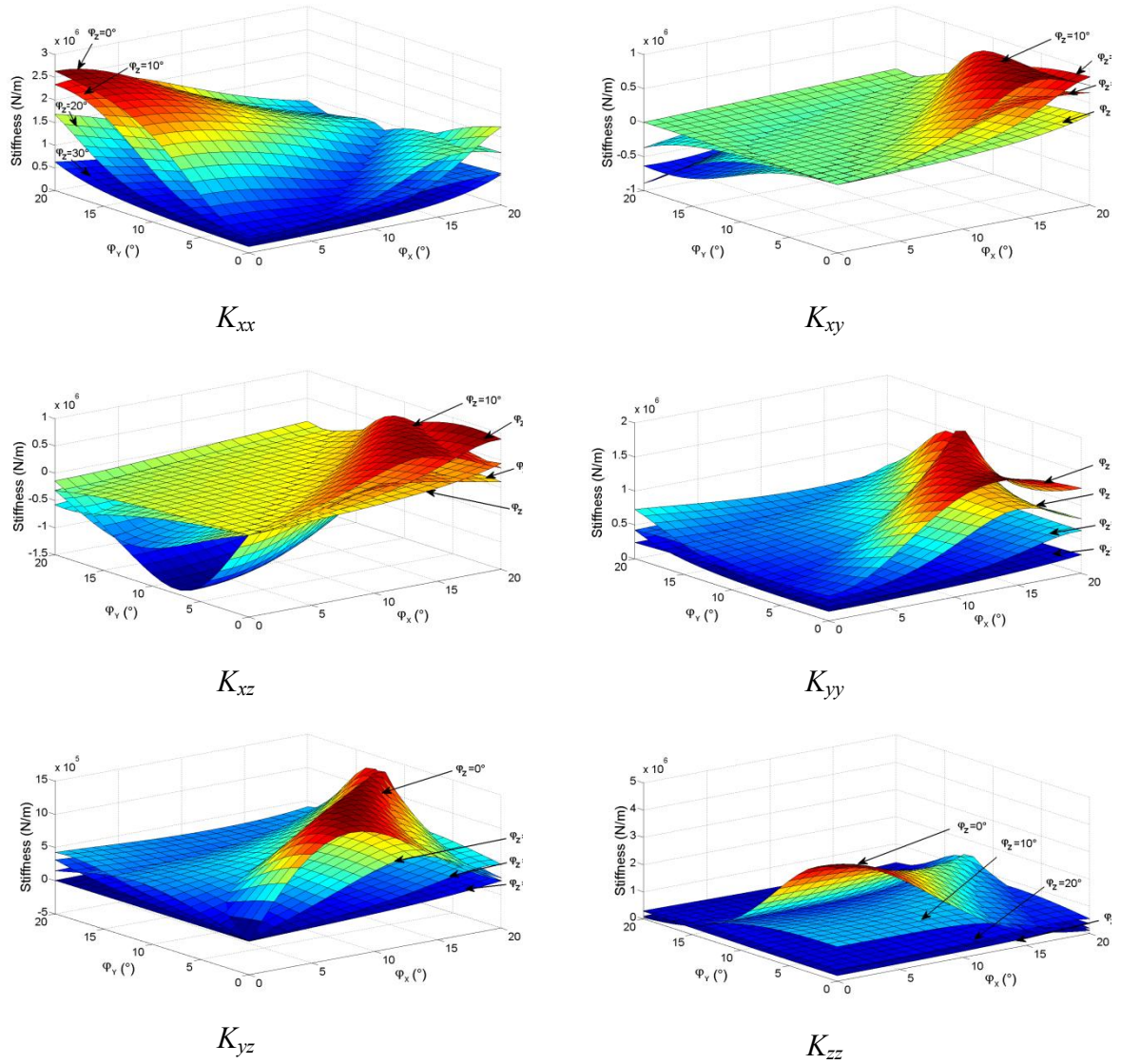


Figure 4.15 : Cartes de rigidités en fonction de l'orientation de la plateforme

#### 4.2.2.2. Analyse dynamique du robot

Les fréquences modales du nouveau robot sont déterminées comme illustré sur la Figure 4.16. On constate que les fréquences modales  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_4$  augmentent fortement avec l'augmentation du niveau  $z$  de la plateforme mobile. Le mode de vibration 3 est un mode spécial qui est découplé de la configuration du robot. En particulier, les fréquences modales ne changent pas significativement dans chaque plan  $z$ .



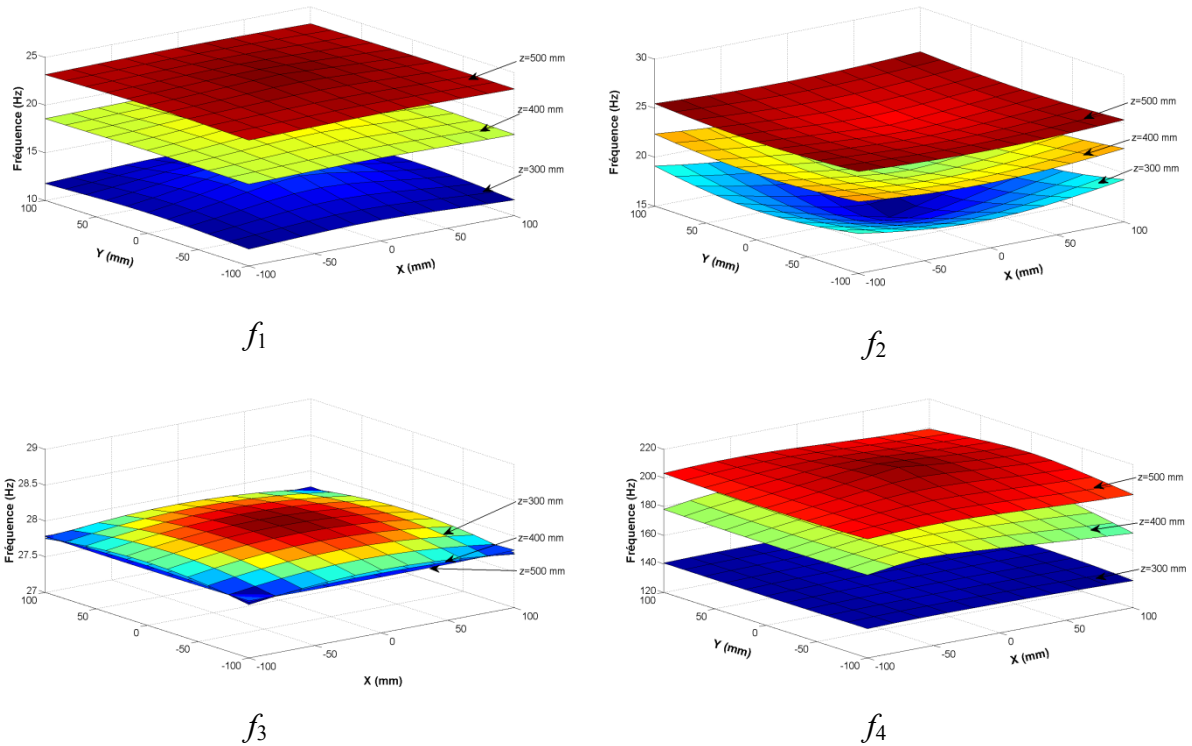


Figure 4.16 : Fréquences modales du nouveau robot en fonction de la position de la plateforme

On constate que les cartes des fréquences modales et des rigidités du nouveau robot sont similaires à celles du robot initial. Cela peut s'expliquer par le fait que le schéma structural du robot n'a pas changé. Une comparaison détaillée des performances du robot initial et du nouveau robot est faite dans la section suivante pour déterminer leurs ressemblances et leurs différences.

#### 4.2.3. Comparaison des performances des robots

Les analyses statiques et dynamiques sont effectuées sur deux modèles de robot : le robot initial avec des segments en aluminium et le nouveau robot avec des segments en composite. La Figure 4.17 présente un comparatif des résultats statiques sur 27 points de calcul d'un cube 3D dans l'espace de travail du robot. Les résultats des analyses dynamiques sur les deux modèles de robot sont présentés à la Figure 4.18. Les facteurs d'amortissement du robot initial et du nouveau robot sont déterminés et reportés dans le Tableau 4.7.

Tableau 4.7 : Facteur d'amortissement du robot initial et du nouveau robot

	Robot initial	Nouveau robot	Différence
Facteur d'amortissement	0.2%	0.4%	100%



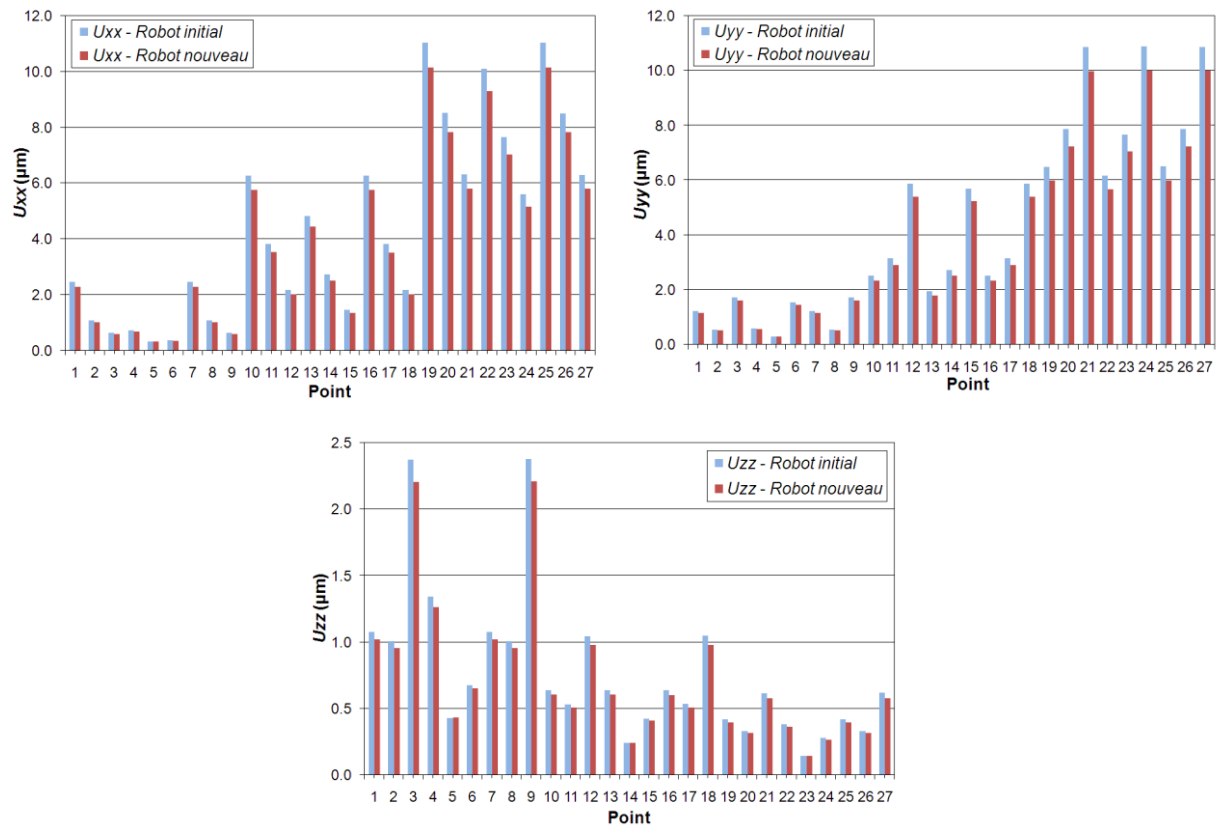


Figure 4.17 : Comparaison des déformations statiques entre deux modèles de robot

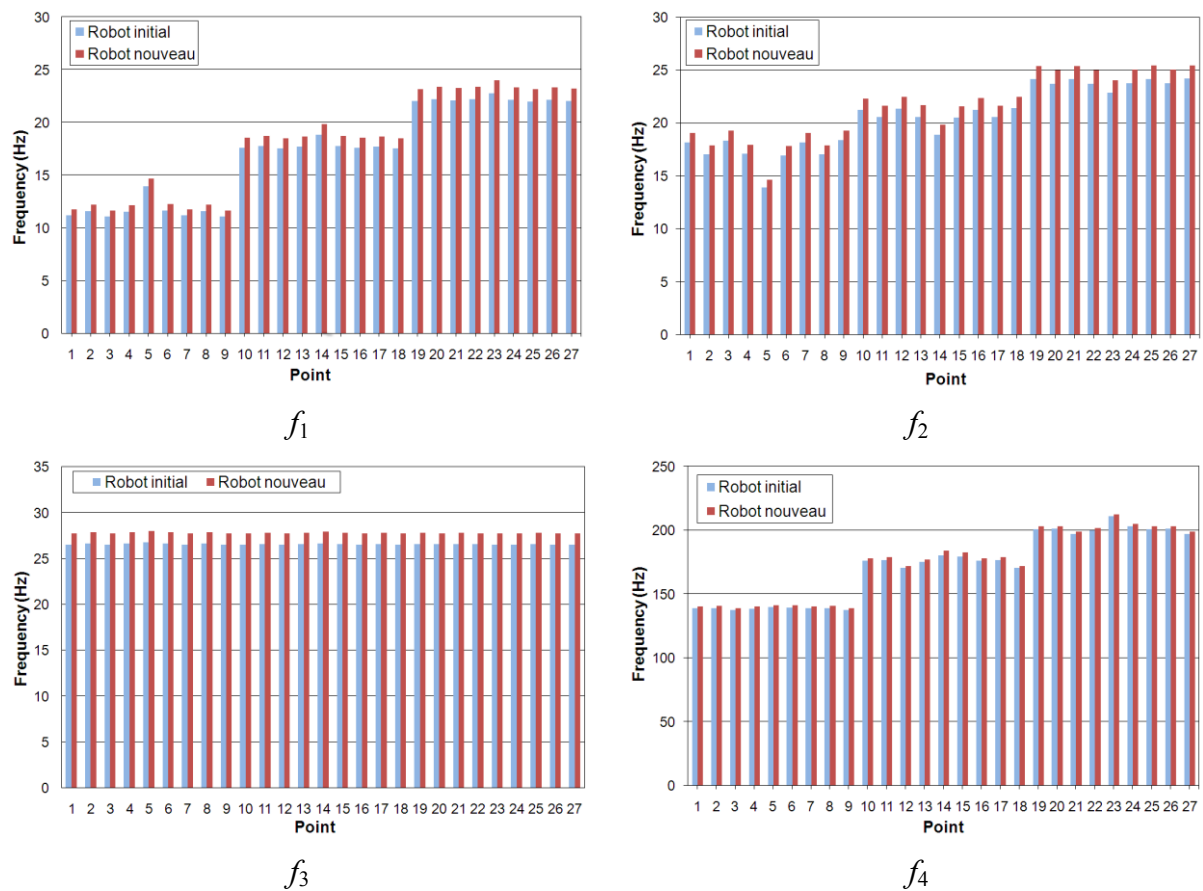


Figure 4.18 : Comparaison des fréquences modales de deux modèles de robot

En observant la Figure 4.17, on remarque que les deux robots ont la même variation des déplacements sous la sollicitation en fonction de la position de la plateforme. Le robot initial a des déformations plus grandes que celles du nouveau robot avec des bras composites. Les différences sont environ de 6 à 8%. On peut dire que la rigidité du robot est améliorée, même si cette amélioration est assez faible. On voit à la Figure 4.18 que les variations de fréquences modales en fonction de la position de la plateforme de deux robots sont similaires. Les résultats des fréquences modales de deux robots sont quasiment identiques. Cependant, on remarque que les fréquences du nouveau robot sont un peu plus élevées d'environ 5% que celles du robot initial.

Les ressemblances des variations des rigidités et des fréquences des deux robots s'expliquent par la conservation du schéma de structure du robot. Les petites améliorations en termes de rigidité et de fréquence de vibration du nouveau robot viennent des améliorations des performances des segments en composite obtenues dans la section 4.2. Ces améliorations peuvent enrichir plusieurs aspects de la capacité de travail du robot comme : la capacité de charge transportable plus élevée, des déformations statiques plus réduites, l'excitation plus forte et la vitesse et l'accélération plus élevées.

En particulier, le nouveau robot possède une capacité d'amortissement beaucoup plus élevée que celle du robot initial (Tableau 4.7). Cette amélioration vient clairement de la capacité d'amortissement du matériau composite des segments. Cette amélioration va permettre de réduire considérablement l'amplitude des vibrations ainsi que le temps de leur atténuation. Elle conduit donc à une amélioration de la précision du robot puisque les vibrations influencent fortement la précision du robot en usinage. En plus, elle permet au robot de travailler dans des conditions de chargement plus exigeantes comme : des forces d'excitation plus élevées ou des vitesses et des accélérations plus élevées. Ces résultats permettent donc d'affirmer l'efficacité de l'utilisation des matériaux composites pour la conception des machines et robots.

### **4.3. Conclusion**

Dans ce chapitre, les performances du segment du bras robotique en composite et du nouveau robot avec les segments en composite ont été évaluées. Les analyses statiques et numériques par la méthode des éléments finis ont été d'abord effectuées sur les segments. Après les simulations numériques, le segment composite a été fabriqué par la méthode de moulage par infusion. Cette méthode assure une bonne imprégnation des fibres, mais, elle pose des difficultés à l'étape de démoulage. Par conséquent, la géométrie du segment n'est pas vraiment identique à la celle attendue. Les améliorations pour la méthode de fabrication ont

été donc proposées. Des essais expérimentaux ont été ensuite réalisés sur les segments en composite et en aluminium pour comparer leurs performances. Deux types d'essais ont été réalisés : l'essai statique et l'essai dynamique. En comparant les performances des deux segments, on remarque que les résultats expérimentaux sont en accord avec les résultats numériques. D'après ces résultats, les deux segments présentent des caractéristiques assez similaires en termes de rigidité et de fréquences de vibration. Le segment en composite présente certaines améliorations par rapport au bras initial, en particulier, la réduction de l'amplitude de vibration et l'augmentation du facteur d'amortissement.

Les performances du nouveau robot 3CRS avec segments de bras en matériau composite sont étudiées par la même méthode analytique utilisée dans le Chapitre 2. Pour déterminer la capacité d'amortissement du robot, la méthode de calcul est combinée avec le principe de correspondance. Donc, un modèle de calcul de la structure viscoélastique a été établi.

Les cartes des rigidités et des fréquences modales du nouveau robot sont tracées en fonction de la position et l'orientation de la plateforme. En comparant avec le robot initial dont les segments de bras sont en aluminium, on trouve que le nouveau robot a le même type de variations des rigidités et des fréquences que le robot initial. Le nouveau robot présente des rigidités statiques et des fréquences modales un peu plus élevées que celles du robot initial. En particulier, le nouveau robot a une capacité d'amortissement beaucoup plus grande que celle du robot initial. Ces améliorations permettent de développer plusieurs performances en fonctionnement du robot telles que : un chargement plus élevé, le positionnement plus précis, des vitesses et accélérations plus grandes. Ces résultats confirment donc l'intérêt d'utilisation du matériau composite dans la structure du robot.

Les principales contributions de ce chapitre sont les suivantes :

- (1) une modèle analytique pour modéliser les structures robotiques en considérant leur viscoélasticité. Ce modèle permet de déterminer la capacité d'amortissement du robot qui est un facteur très important dans l'étude de son comportement dynamique.
- (2) une étude d'évaluation de l'utilisation du matériau composite dans la structure robotique. Le résultat permet de confirmer l'efficacité de l'utilisation des matériaux composites, en particulier les composites hybrides, pour la conception des composants des machines et robots.

## Conclusions et perspectives

Le but de cette thèse est d'utiliser des matériaux composites avec renfort à fibres végétales dans la structure d'un robot pour améliorer ses performances. Concrètement, un matériau composite stratifié à fibres de lin et de carbone est utilisé pour reconcevoir les segments en aluminium du robot parallèle 3CRS.

Le robot parallèle 3CRS étudié dans cette thèse est un manipulateur parallèle à 6ddl avec seulement 3 bras qui peut être utilisé dans plusieurs applications : opérations de "pick and place", télescopes astronomiques, machines-outils, systèmes de positionnement, contrôleur de mouvement, etc. Les comportements statiques et dynamiques du robot sont d'abord caractérisés. La méthode de caractérisation est une combinaison de la méthode d'analyse des matrices structurelles avec l'équation de Lagrange. La méthode de calcul prend en compte tous les paramètres structurels, les liaisons passives, ainsi que les rigidités des actuators. Elle est validée par la méthode des éléments finis et l'expérimentation avec une bonne précision. Cette méthode est donc intéressante pour l'étude de sensibilité de la structure et la programmation de la commande du robot.

Grâce au modèle analytique du robot, deux types d'analyse ont été réalisés : une analyse statique et une analyse dynamique. Dans l'analyse statique, les cartes de rigidités du robot en fonction de la position de la plateforme et de l'orientation de la plateforme ont été tracées dans l'espace de travail cartésien. Les fréquences modales du robot sont également déterminées en fonction de la position de la plateforme. Ces résultats de caractérisation permettent d'évaluer la conception et de déterminer les zones de travail de sécurité du robot en fonctionnement. Ces résultats constituent les données d'entrée pour l'amélioration des performances du robot initial.

Les segments des bras du robot ont été choisis pour une reconception en matériaux composites parce que ce sont les pièces principales de la structure du robot et qu'ils influencent le plus le comportement du robot. La forme du segment a été premièrement optimisée pour mieux l'adapter aux sollicitations sur le robot. La méthode d'optimisation est basée sur une analyse des dérivées de la fonction objectif qui est formulée à partir de plusieurs critères d'optimisation. Cette optimisation permet aussi de définir les conditions relatives aux propriétés du matériau composite qui sont utilisées pour la conception de sa structure.

La structure du matériau composite est ensuite optimisée pour satisfaire les exigences du robot 3CRS. Le composite considéré est un composite stratifié hybride qui comprend deux

couches en composite à renfort tissé de fibres de carbone pour les peaux et une couche en composite à renfort tissé de fibres de lin pour l'âme. Un modèle d'homogénéisation analytique a été développé pour ce type de composite. Les propriétés des matériaux constituant du composite (fibres de lin, fibres de carbone, matrice de résine époxy) sont déterminées expérimentalement, les résultats des essais s'accordent avec les résultats trouvés dans la littérature. Ces résultats constituent les données d'entrée du modèle d'homogénéisation. Vu la complexité de la structure du CSH, le modèle d'homogénéisation se décompose en trois niveaux d'homogénéisation : l'homogénéisation du composite unidirectionnel (UD), l'homogénéisation au niveau d'une couche composite à renfort tissé et l'homogénéisation de l'ensemble du composite stratifié hybride (CSH). En particulier, cette méthode est combinée avec le principe de correspondance pour calculer les facteurs d'amortissement de la structure du composite. Le modèle d'homogénéisation est validé avec une bonne précision par un modèle éléments finis et des résultats issus de l'expérimentation. Une analyse de la structure du CSH a été effectuée, puis la variation des propriétés du CSH en fonction de ses variables structurelles a été discutée. La structure optimale du CSH est ensuite optimisée par une méthode de discrétisation. Cette méthode se base sur une base de données discrète qui est établie par l'utilisation du modèle d'homogénéisation analytique.

À partir de l'optimisation de la forme du segment et l'optimisation de la structure du composite, la conception du segment a été définie. Une simulation numérique est effectuée par les modèles éléments finis du segment initial et du nouveau segment dans le logiciel ANSYS. L'analyse statique et l'analyse dynamique montrent que le segment composite est un peu plus rigide et un peu plus légère que le segment initial. Il apporte donc une petite amélioration sur le comportement statique et dynamique du bras robotique. Par ailleurs, les résultats montrent que le matériau composite apporte une amélioration importante sur la capacité d'amortissement du bras ce qui conduit à une forte diminution de l'amplitude de vibration. Après la validation numérique de la conception, un segment est fabriqué au laboratoire par la méthode de moulage par infusion de résine. Cette mise en œuvre a montré la difficulté de fabrication d'un tube composite creux avec une bonne qualité en termes de précision géométrique et d'imprégnation de la préforme de fibres dans le composite. Le segment en composite et celui en aluminium sont ensuite testés par les essais statiques et dynamiques. Les résultats montrent que les deux segments possèdent des caractéristiques similaires avec un léger avantage pour le segment en composite.

Enfin, le comportement du nouveau robot avec des segments composites est déterminé par la même méthode utilisée pour l'étude du robot initial. Le principe de correspondance a été intégré dans la méthode de calcul pour prendre en compte la viscoélasticité de la structure du

robot. Des performances statiques et dynamiques du nouveau robot ont été calculées et tracées dans l'espace de travail cartésien du robot. En comparaison avec le robot initial, on trouve que l'utilisation du CSH pour les segments des bras du robot 3CRS permet d'améliorer légèrement la rigidité et les fréquences modales du robot et d'augmenter fortement sa capacité d'amortissement. Ces améliorations conduisent à une augmentation des performances du robot en utilisation, en particulier la capacité d'amortissement des vibrations rencontrées au cours du fonctionnement.

En perspective à ces travaux, les résultats de cette étude peuvent continuer dans les directions suivantes :

- L'application de la méthode proposée (AMS-Lagrange) pour la commande afin de compenser les déformations dues aux interactions mécaniques liées aux procédés.
- L'extension de la méthode AMS-Lagrange à d'autres types d'études comme l'analyse de sensibilité et son application à d'autres structures de robots
  - L'amélioration du procédé de fabrication
  - L'étude de la résistance du matériau composite hybride à l'influence d'environnement
  - L'application du modèle d'homogénéisation pour d'autres types de renforts pour atteindre un matériau composite hybride plus performant
- L'extension de l'utilisation du matériau composite hybride (synthétique-végétale).



# Références

## Liste des références :

- [Ac-ni] <http://www.ac-nice.fr/>
- [Ada75] **R. Adams.** *The dynamic longitudinal shear modulus and damping of carbon fibres.* Journal of Physics 8, pp. 738-748, 1975.
- [Adept] Adept Technology, Inc. <http://www.adept.com>
- [All13] **A.Allahverdizadeh, M.J. Mahjoob, I. Eshraghi, N. Nasrollahzadeh.** *On the vibration behavior of functionally graded electrorheological sandwich beams.* International Journal of Mechanical Sciences, vol. 70, pp. 130-139, 2013.
- [Analy] Analyse mécanique dynamique.  
[http://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse\\_m%C3%A9canique\\_dynamique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_m%C3%A9canique_dynamique)
- [Ant14] **Renato Altobelli Antunes, Mara Cristina Lopes de Oliveira.** *Materials selection for hot stamped automotive body parts: An application of the Ashby approach based on the strain hardening exponent and stacking fault energy of materials.* Materials & Design, Volume 63, Pages 247-256, 2014.
- [ANSYS] ANSYS 12 Theory Reference 15.16.10
- [Ara06] **E.M. Araújo, K.D. Araújo, O.D. Pereira, P.C. Ribeiro, T.J.A. de Melo.** *Fiberglass wastes/polyester resin composites: mechanical properties and water sorption.* Polímeros, 16(4), 332-335, 2006.
- [ARES] ARES Rheometer: Rheometrics Series User Manuel, 2003
- [Arr11] **K. A. Arrouk, B. C. Bouzgarrou, G. Gogu,** *CAD based techniques for or space analysis and representation of the 3-CRS parallel manipulator,* International Journal of Mechanics and Control, Vol 12, pp. 83-90, 2011.
- [Arr12] **Khaled Assad Arrouk.** *Techniques de conception assistée par ordinateur (CAO) pour la caractérisation de l'espace de travail de robots manipulateurs parallèles,* Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal, Aubière, France, 2012.
- [Asa87] **H. Asada, & K. Youcef-Toumi.** *Direct-drive robots: theory and practice.* MIT press, 1987.
- [Ash08] **Alireza Ashori,** *Wood-plastic composites as promising green-composites for automotive industries,* Bioresource Technology, vol. 99, pp. 4661-4667, 2008.
- [ASTM] **ASTM E759-05 (2010).** *Standard test method for measuring vibration - Damping properties of materials*



- [Bac00] **Jean-Philippe Bacher**, *Caractérisation et optimisation du robot "Delta cube"*. Rapport de Dea, Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 2000.
- [Bac03] **Jean-Philippe Bacher**, *Conception de robots de très haute précision à articulation flexibles: interaction dynamique-commande*, Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 2003
- [Bal02] **C. Baley**, *Analysis of the flax fibres tensile behaviour and analysis of the tensile stiffness increase*, Composites: Part A 33, pp. 939–948, 2002.
- [Bal13] **Christophe Baley**, *Fibres naturelles de renfort pour matériaux composites*, Techniques de l'ingénieur, AM5130, 2013
- [Bal05] **C. Baley, C. Morvan, Y. Grohens**, *Influence of the absorbed water on the tensile strength of flax fibers*, Macromolecular Symposia 222, pp. 1552-596, 2005
- [Bal06] **Christophe Baley, Edwin Bodros**, *Biocomposites à matrice PLLA renforcés par des mats de lin*, Revue des composites et des matériaux avancés, vol. 16, pp. 129-139, 2006.
- [Ban76] **N.V. Banichuk, B.L. Karihaloo**, *Minimum-weight design of multi-purpose cylindrical bars*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 4, pp. 267-273, 1976
- [Bak13] **I. A. A. Bakar, O. Kramer, S. Bordas & T. Rabczuk**. *Optimization of elastic properties and weaving patterns of woven composites*. Composite Structures, 100, 575-591, 2013.
- [Bar96] **D. Baraff**. *Linear-time dynamics using Lagrange multipliers*. Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques. ACM, 1996.
- [Bar92] **Pierre Bardonnet**. *Résines époxydes (EP) - Composants et propriétés*. Technique-ingénieur. 1992
- [Bea01] **A. Béakou, A. Mohamed**, *Influence of variable scattering on the optimum winding angle of cylindrical laminated composites*, Composite Structures, Volume 53, Issue 3, Pages 287-293, August–September 2001.
- [Bea08] **A. Béakou, R. Ntenga, J. Lepetit, J.A. Atéba, L.O. Ayina**, *Physico-chemical and microstructural characterization of "Rhectophyllum camerunense" plant fiber*, Composites: Part A 39, pp. 67–74, 2008.
- [Bea11] **A. Beakou, M. Cano, J.-B. Le Cam, V. Verney**, *Modelling slit tape buckling during automated prepreg manufacturing: A local approach*, Composite Structures, Volume 93, Issue 10, Pages 2628-2635, September 2011.

- 
- [Bea13] **Alexis Béakou, Karine Charlet**, *Mechanical properties of interfaces within a flax bundle—Part II: Numerical analysis*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Volume 43, Pages 54-59, June 2013.
- [Ben03] **Martin Philip Bendsoe, Ole Sigmund**, *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*, Springer, 2003.
- [Ber04] **Jean-Marie Berthelot, Youssef Sefrani**, *Damping analysis of unidirectional glass and Kevlar fibre composites*, Composites Science and Technology, vol. 64, pp. 1261-1278, 2004.
- [Ber06] **Jean-Marie Berthelot**, *Damping analysis of laminated beams and plates using Ritz method*, Composites Structures, vol. 74, pp; 196-201, 2006.
- [Ber07] **Jean-Marie Berthelot, Youssef Sefrani**, *Longitudinal and transverse damping of unidirectional fibre composites*, Composites structure, vol. 79, pp. 423-431, 2007
- [Ber08] **Jean-Marie Berthelot, Mustapha Assarar, Youssef Sefrani, Abderrahim El Mahi**, *Damping analysis of composite materials and structures*, Composite Structures, vol. 85, pp. 189-204, 2008.
- [Ber99] **J.M. Berthelot** *Composite Materials : Mechanical Behavior and Structural Analysis*. Springer New York. 1999
- [Bil10] **Massamaesso Bilasse**, *Modélisation numérique des vibrations linéaires et nonlinéaires des structures sandwichs à âme viscoélastique*, Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine de Metz, Metz, 2010.
- [Bon13] **T. Bonnemains, H. Chanal, B.C. Bouzgarrou, P. Ray**. *Dynamic model of an overconstrained PKM with compliances: The Tripteor X7*. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 29, Issue 1, February 2013.
- [Bot06] **E. C. Botelho, R. A. Silva, L. C. Pardini & M. C. Rezende**. *A review on the development and properties of continuous fiber/epoxy/aluminum hybrid composites for aircraft structures*. Materials Research, 9(3), 247-256. 2006
- [Bou01] **B. C. Bouzgarrou**. *Conception et modélisation d'une machine-outil à architecture hybride pour l'UTGV*, thèse, Université Blaise Pascal, 2001
- [Bou02] **B. C. Bouzgarrou, B. Thuilot, P. Ray, G. Gogu**. *Modelling of flexible manipulators applied to HSMW machine tools*. Mécanique & Industries, vol. 3, pp. 173-180, 2002
- [Bou04] **B.C Bouzgarrou, J.C Fauroux, G. Gogu, Y. Heerah**, *Rigidity analysis of T3R1 parallel tobot with uncoupled kinematics*, Proceedings of 35th International Symposium on Robotics (ISR 2004), Paris, France, 2004.
-

- [Bou11] **Michel Bourgeois.** *Fibres agrosourcées*, Techniques de l'Ingénieur, n2520, 2011
- [Bre06] **Joel Bread, Laurent Bizet, Nicolas Montrelay, Christophe Baley,** *Comparaison des propriétés de composites mats verre/polyester et lin/polyester pour faisabilité par procédé RTM*, Revue des composites et des matériaux avancés, vol. 16, pp. 101-113, 2006.
- [Bus06] **Frédéric Busnel, Balnois Eric, Christophe Baley, Yves Grohens,** *Influence des traitements chimiques sur les propriétés de surface des fibres de lin*, Revue des composites et des matériaux avancés, vol. 16, pp. 75-87, 2006 .
- [Byu91] **J.H. Byun, T.J. Whitney, G.W. Du, T.W. Chou.** *Analytical charecterization of two-step braided composites*. Journal of Composite Materials, Vol. 23, 1989
- [Cai02] **C. Cai, H. Zheng, M. S. Khan and K. C. Hung.** *Modeling of material damping properties in ANSYS*. CADFEM Users' Meeting & ANSYS Conference, pp. 9-11, 2002.
- [CAR06] **Centre d'animation régional en materiaux avancés - CARMA,** *Glossaire des matériaux composites renforcés de fibres d'origines renouvelable*. CARMA, 2006.
- [CAR&D] **http://www.car-d.fr.**
- [Cap95] **G. Caprino, & A. Langella.** *Optimization of robotic arms made of composite materials for maximum fundamental frequency*. Composite structures, 31(1), 1-8, 1995.
- [Cha01] **Seung Hwan Chang, Po Jin Kim, Dai Gil Lee, Jin Kyung Choi,** *Steel-composite hybrid headstock for high-precision grinding machines*, Composite Structures, Volume 53, Issue 1, Pages 1-8, 2001.
- [Cha03] **Chang Sup Lee.** *Composite sandwich robot structure for handling LCD Glass panel*. Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea, 2004.
- [Cha06] **Karine Charlet, Claudine Morvan, Joel Bréard, Jean-Paul Jernot, Moussa Gomina,** *Etude morphologique d'un composite naturel - La fibre de lin*, Revue des composites et des matériaux avancés, vol. 16, pp. 11-24, 2006.
- [Cha07] **K. Charlet, C. Baley, C. Morvan, J.P. Jernot, M. Gomina, J. Bréard,** *Characteristics of Hermès flax fibres as a function of their location in the stem and properties of the derived unidirectional composites*. Composites: Part A 38, pp. 1912–1921, 2007
- [Cha09] **K. Charlet, J.P. Jernot, M. Gomina, J. Bréard, C. Morvan, C. Baley,**

- 
- Influence of an Agatha flax fibre location in a stem on its mechanical, chemical and morphological properties*, Composites Science and Technology, Volume 69, Issue 9, Pages 1399-1403, July 2009.
- [Cha09] **K. Charlet, S. Eve, J.P. Jernot, M. Gomina, J. Breard**, *Tensile deformation of a flax fiber*, Procedia Engineering, Volume 1, Issue 1, Pages 233-236, July 2009
- [Cha10] **K. Charlet, J.P. Jernot, S. Eve, M. Gomina, J. Bréard**, *Multi-scale morphological characterization of flax: From the stem to the fibrils*, Carbohydrate Polymers, Volume 82, Issue 1, Pages 54-61, 2010.
- [Cha15] **K. Charlet, F. Saulnier, M. Dubois, A. Béakou**, *Improvement of wood polymer composite mechanical properties by direct fluorination*. Materials & Design, Volume 74, Pages 61-66, 5 June 2015
- [Cha10] **S. Chapple, R. Anandjiwala**, *Flammability of natural fiber-reinforced composites and strategies for fire retardancy*, Thermoplastic Composite, vol. 23, pp. 871-893, 2010.
- [Cha84] **C. C. Chamis**, *Mechanics of composite materials: present, past and future*. 21<sup>st</sup> annual meeting of the Society for Engineering Science, Blacksburg, Virginia, October-1984.
- [Cha99] **R. Chandra, S.P. Singh, K. Gupta**, *Damping studies in fiber-reinforced composites – a review*. Composite Structure, vol. 46, pp. 41-51, 1999.
- [Che13] **Gang Cheng, Peng Xu, Dehua Yang, Houguang Liu**, *Stiffness analysis of a 3CPS parallel manipulator for mirror active adjusting platform in segmented telescope*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 29, pp. 302-311, 2013.
- [Cho97] **Jin Kyung Choi, Dai Gil Lee**, *Manufacture of a carbon fibre-epoxy composite spindle-bearing system for a machine tool*, Composite Structures 37, pp. 241-251, 1997.
- [Cho11] **Sung-Kyum Cho, Hyun-Jun Kim, Seung-Hwan Chang**, *The application of polymer composites to the table-top machine tool components for higher stiffness and reduced weight*, Composite Structures 93, pp. 492–501, 2011.
- [Chu94] **Deborah Chung**, *Carbon fiber composites*. Butterworth-Heinemann, 1994.
- [Chr11] **S.J. Christian, S.L. Billington**, *Mechanical response of PHB- and cellulose acetate natural fiber-reinforced composites for construction applications*, Composites: Part B 42, pp. 1920-1928, 2011.
- [Chr90] **R.M. Christensen**, *A critical evaluation for a class of microchanics models*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. Volume 38, Issue 3, Pages 379–
-

- 404, 1990.
- [Cli97] **C.M. Clinton, G. Zhang.** *Stiffness modeling of a Stewart-platform-based milling machine*, Transactions of NAMRI/SME, 1997.
- [Com09] **Bertrand Combes,** *Vibrations des structures pour l'ingénieur et le technicien – Théorie et application*, Ellipses, 2009.
- [CNRS] **CNRS.** <http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/dosrob/legendes/araignees01.html>
- [Dav06] **Peter Davies, Claudine Morvan, Olivier Sire, Christophe Baley,** *Propriétés de fibres extraites de phanérogrammes marines*, Revues des composites et des matériaux avancés, vol. 16, pp. 41-48, 2006.
- [Dav10] **M.M. Davoodi , S.M. Sapuan, D. Ahmad, Aidy Ali, A. Khalina, Mehdi Jonoobi.** *Mechanical properties of hybrid kenaf/glass reinforced epoxy composite for passenger car bumper beam*. Materials and Design, vol. 31, pp. 4927–4932, 2010.
- [Deb06] **Dominique Deblaise, Xavier Hernot, Patrick Maurine,** *A systematic analytical method for PKM stiffness matrix calculation*, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, USA, 2006.
- [Deb06-2] **Dominique Deblaise.** *Contribution à la modélisation et à l'étalonnage élasto-géométriques des manipulateurs à structure parallèle*, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, Rennes, 2006.
- [Dec05] **R.P.C. Decathlon.** *Les matériaux composites dans l'industrie des sports et loisirs*. Congrès RFIS, 2005.
- [PPU07] **Collectif PPUR.** *Traité des matériaux : 2. Caractérisation expérimentale des matériaux I Propriétés physiques, thermiques et mécaniques*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes (PPUR), Lausanne, 2007.
- [Del08] **Adão Delehelle,** *Etude d'un concept innovant d'actionneur électromécanique linéaire à effets magnétique et piézoélectrique en vue d'application dans le domaine des commandes de vol*, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, Toulouse, 2008.
- [Dit12] **David B. Dittenber, Hota V.S. GangaRao,** *Critical review of recent publications on use of natural composites in infrastructure*, Composites: Part A 43, pp. 1419-1429, 2012
- [Duc14] **F. Duc, P.E. Bourban, C.J.G. Plummer, J.-A.E. Månson.** *Damping of thermoset and thermoplastic flax fibre composites*. Composites: Part A, vol. 64, pp. 115-123, 2014.

- 
- [Dup08] **Guy Dupupet**, *Fibres de carbone*, Techniques de l'ingénieur, AM 5134, 2008
- [Duv01] **Georges Duvaut, Boris Desmorat, Eric Deletombe**. *Optimisation de renforts composites internes de structures tridimensionnelles*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics, Volume 329, Issue 7, Pages 549-555, July 2001.
- [Duy96] **Pierre Duysinx**, *Optimisation topologique du milieu continu à la structure élastique*, Rapport de thèse, Université de Liège, Liège, Belgique, 1996.
- [Elk99] **B.S. El-Khasawneh, P.M. Ferreira**. *Computation of stiffness and stiffness bounds for parallel link manipulators*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Volume 39, Issue 2, Pages 321-342, 1999.
- [Far12] **O. Faruk, A.K. Bledzki, H.P. Fink, M. Sain**, *Biocomposites reinforced with natural fibers: 2000–2010*, Progress in Polymer Science, Volume 37, Issue 11, Pages 1552-1596, 2012,
- [Fuk83] **H. Fukuda, TW. Chou**. *Stress concentrations in a hybrid composite sheet*. J Appl Mech – Trans Asme, 50 (4A), 845–8, 1983.
- [FRD12] **Fibres Recherche Développement**, *Fibres et renforts végétaux, Solutions composites*, Troyes, France , 2012.
- [Fra01] **Dominique François**. *Essais mécaniques et lois de comportement*. HERMES Science Publications, 2001.
- [Gar13] **N.P. Garcia-Lopez, M. Sanchez-Silva, A.L. Medaglia, A. Chateaneuf**, *An improved robust topology optimization approach using multiobjective evolutionary algorithms*, Computers and Structures, vol. 125, pp. 1–10, 2013.
- [Gas01] **J. Gassan, A.K. Bledzki**, *Thermal degradation of flax and jute fibers*. Journal of Applied Polymer Science, 82 (6), pp. 1417–1422, 2001.
- [Gay12] **Nicolas Gayton**, *Optimisation des structures*, French Institute for Advanced Mechanics, 2012.
- [Gen11] **Lionel Gendre**, *Matériaux composites et structures composites*. <http://www.si.ens-cachan.fr> , Sciences de l'ingénieur, 2011.
- [Gib76] **R.F. Gibson, R. Plunkett**. *Dynamic mechanical behavior of fiber reinforced composites: Measurements and analysis*. Journal of Composite Materials, vol. 10, pp. 325-341, 1976
- [Gib92] **Ronald F. Gibson**. *Damping characteristics of composite materials and structures*. Journal of Materials Engineering and Performance, Volume 1, pp. 11-20, 1992.
- [Gir11] **Isabelle Giraud**. *Elaboration d'ensimages thermoplastiques thermostables :*
-



- Influence sur le comportement mécanique des composites PEEK/Fibres de carbone*, thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2011.
- [GKN] **GKN**, <http://www.gknservice.com>
- [Ghi13] **G. L. Ghiringhelli, M. Terraneo & E. Vigoni**. *Improvement of structures vibroacoustics by widespread embodiment of viscoelastic materials*. *Aerospace Science and Technology*, 28(1), 227-241, 2013.
- [Gogu] **Grigore Gogu**, *Modélisation des robots*, Institut Français de Mécanique Avancée, Aubière, France
- [Gos02] **C. M. Gosselin, D. Zhang**. *Stiffness analysis of parallel mechanisms using a lumped model*. *International Journal of Robotics and Automation* 17, Pages 17-27, 2002.
- [Gui05] **Daniel Guillon**. *Fibres de verre de renforcement*, Technique de l'Ingénieur, A2210, 1995.
- [Hag09] **Ch. El Hage, R. Younès, Z. Abourra, M.L. Benzeggagh, M. Zoaeter**. *Analytique and numerical modeling of mechanical properties of orthogonal 3D CFRP*. *Composites Science and Technology*, Vol. 69, pp. 111-116, 2009.
- [Hal76] **J.C. Halpin, J.L. Kardos**. *The Halpin-Tsai equation: A review*. *Polymer Engineering and Science*, Vol. 6, No. 5, 1976.
- [Hal10] **Ali Hallal, Rafic Younes, Samer Nehme, Farouk Fardoun**. *A corrective function for the estimation of the longitudinal Young's modulus in a developed analytical model for 2.5D woven composites*. *Journal of composite materials*, vol. 45, pp. 1793-1804, 2010.
- [Hal12] **Ali Hallal, Rafic Younes, Farouk Fardoun, Samer Nehme**. *Improved analytical model to predict the effective elastic properties of 2.5D interlock woven fabrics composite*. *Composites Structures*, Vol. 94, pp. 3009-3028, 2012.
- [Hal13] **Ali Hallal**. *Modélisation analytique généralisée des propriétés élastiques des composites textiles*. Thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines et Université Libanaise, 2013.
- [Hal13-2] **Ali Hallal, Rafic Younes, Farouk Fardoun**. *Review and comparative study of analytical modeling for the elastic properties of textile composites*. *Composites : Part B*, vol. 50, pp. 22-31, 2013.
- [Har04] **Harriëtte Bos**. *The potential of flax fibres as reinforcement for composite materials*. Technische Universiteit Eindhoven. 2004
- [Has70] **Z. Hashin**. *Complex moduli of viscoelastic composites: I. General theory and application to particulate composites*. *International Journal of Solids and*

- 
- Structures, vol. 6, pp. 539-552, 1970.
- [Hay72] **T. Hayashi.** *On the improvement of mechanical properties of composites by Hybrid composition.* Proc 8th int reinforced plastics conference, p. 149–52, 1972.
- [Hei96] **R. Heijenrath, T. Peijs.** *Natural-fibre-mat-reinforced thermoplastic composites based on flax fibres and polypropylene.* Advanced composites letters, 5, 81-86, 1996.
- [Hexcel] *Renforts en fibre de verre.* <http://www.hexcel.com/fr/AGlass-Fiber>
- [Honda] **Honda robotics,** <http://www.honda.co.jp>
- [Hos12] **M.A Hosseini, P. Ebrahimi Naghani,** *Kinematic analysis of a novel complex Dof parallel manipulator,* Engineering and Technology, vol. 67, pp. 413-417, 2012.
- [Hos13] **Md. Rashnal Hossain, Md. Aminul Islam, Aart Van Vuurea, Ignaas Verpoest,** *Tensile Behavior of Environment Friendly Jute Epoxy Laminated Composite,* Procedia Engineering, Volume 56, Pages 782-788, 2013.
- [Hua02] **T. Huang, X. Zhao, and D.J Whitehouse.** *Stiffness estimation of a tripod-based parallel kinematic machine.* Robotics and Automation, IEEE Transactions, vol 18, no. 1, p. 50-58, 2002.
- [IITR] **Indian Institute of Technology Roorkee.** *Noise and Vibration Control: Damping.*
- [Ishi82] **T. Ishikawa, T.W. Chou.** *Elastic behaviour of woven hybrid composites.* Journal of Composite Materials, vol. 16, pp. 2-19, 1982.
- [Ishi82-2] **T. Ishikawa, T.W. Chou.** *Stiffness and strength behaviour of woven fabric composites.* Journal of Materials Science, vol. 17, pp. 3211-3200, 1982.
- [Jaw11] **M. Jawaid, H.P.S. Abdul Khalil.** *Cellulosic/synthetic fibre reinforced polymer hybrid composite: A review.* Carbohydrate polymers, vol. 86, pp. 1-18, 2011.
- [Jeo95] **K.S. Jeong, D.G. Lee, Y.K. Kwak,** *Experimental investigation of the dynamic characteristics of carbon fiber epoxy composite thin beams,* Composite Structure 33, pp. 77-86, 1995.
- [Jia99] **Gao Jianxin, Shen Yapeng,** *Vibration and damping analysis of a composite plate with active and passive damping layer,* Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 20, pp. 1075-1086, 1999.
- [Jin06] **Y. Jin, I.M. Chen, G. Yang.** *Kinematic design of a 6-DOF parallel manipulator with decoupled translation and rotation.* Robotics, IEEE Transactions on 2006, vol. 22, no 3, p. 545-551, 2006.
-



- [Kha99] **Wisama Khalil, Etienne Dombre**, *Modélisation identification et commande des robot*, HERMES Science Publications, 1999.
  
- [Kel12] **Ridha Kelaiaia, Olivier Company, Abdelouahab Zaatiri**. *Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot*. Mechanism and Machine Theory, Vol. 50, pp. 159-178, 2012.
  
- [Kil10] **Sinan Kilicaslan, M. Kemal Özgören, S. Kemal Ider**, *Hybrid force and motion control of robots with flexible links*, Mechanism and Machine Theory, Volume 45, Issue 1, Pages 91-105, January 2010.
  
- [Kim00] **Yoon Young Kim, Tae Soo Kim**, *Topology optimization of beam cross sections*, International Journal of Solids and Structures, vol. 37, pp. 477-493, 2000.
  
- [Kha00] **W. Khalil, E. Dombre**. *Modelling, Identification and Control of Robots*. HERMES Science Publications, 2000.
  
- [Kha12] **H. P. S. Abdul Khalil, I. U. H. Bhat, M. Jawaid, A. Zaidon, D. Hermawan & Y. S. Hadi**, *Bamboo fibre reinforced biocomposites: a review*. Materials & Design, 42, 353-368, 2012
  
- [Kli14] **A. Klimchik, D. Chablat, A. Pashkevich**. *Stiffness modeling for perfect and non-perfect parallel manipulators under internal and external loadings*. Mechanism and Machine Theory, vol. 79, pp. 1-28, 2014.
  
- [Koh94] **R. Kohler, M. Wedler**. *Nichttextile Anwendungen von Flachs*. Proc Techtexil-Symposium 6 paper 331, Frankfurt/Main, Germany, Internationale Tagung, p.1-8, 1994.
  
- [Kor12] **G Koronis, A Silva, M Fontul**. *Green composites: a review of adequate materials for automotive applications*. Composites. Part B, Engineering, 44 (1), 120-127, 2013.
  
- [Kot04] **P. Kotronis, L. Davenne, J. Mazars**. *Poutre multifibre Timoshenko pour la modélisation de structures en béton armé*. Revue française de génie civil. Vol. 8, 329-343, 2004.
  
- [Lai73] **C.W. Laird, H.B Kingsbury**. *A method of determing complex moduli of viscoelastic materials*. Experimental Mechanics, Volume 13, Issue 3, pp 126-131, 1973
  
- [Lam88] **Jean Lamanche**. *Renforts en fibres de verre*, Techniques de l'Ingénieur, A3237, 1988.
  
- [Lan09] **Luca Di Landro, William Lorenzi**. *Mechanical Properties and Dynamic Mechanical Analysis of Thermoplastic-Natural Fiber/Glass Reinforced*

- 
- Composites*. Macromolecular symposia, vol. 286, pp. 145-155, 2009.
- [Lau06] **F. Laurans, A. Dejardin, J. Leple & G. Pilate.** *Physiologie de la formation des parois de fibres de bois*. Revue des composites et des matériaux avancés 16, 25-40, 2006.
- [Lau10] **T. Laurent, J.L. Kergueme, O. Arnould, D. Dureisseix.** *Ecoconception ver un robot en bois*. Technologie 169, pp. 24-35, 2010.
- [Lee01] **C.S. Lee, J. H. On, D.G. Lee, J.H. Choi.** *A composite cantilever arm for guiding a moving wire in an electrical discharge wire cutting machine*. Journal of Materials Processing Technology, vol. 113, pp. 172-177, 2001.
- [Lee03] **Dai Gil Lee, Hui Yun Hwang, Jin Kook Kim,** *Design and manufacture of a carbon fiber epoxy rotating boring bar*. Composites Structures, vol. 60, pp. 115-124, 2003.
- [Lee04] **Dai Gil Lee, Jung Do Suh, Hak Sung Kim, Jong Min Kim,** *Design and manufacture of composite high speed machine tool structures*, Composites Science and Technology, vol. 64, pp. 1523–1530, 2004.
- [Lee04-2] **Dai Gil Lee, Chang Sup Lee, Hak Gu Lee, Hui Yun Hwang, Jong Woon Kim,** *Novel applications of composite structures to robots, machine tools and automobiles*, Composite Structures, vol. 66, pp. 17-39, 2004
- [Lee91] **D. G. Lee, K. S. Kim & Y. K. Kwak.** *Manufacturing of a SCARA type direct-drive robot with graphite fiber epoxy composite material*. Robotica, 9(02), 219-229. 1991
- [Lee93] **D. G. Lee, K.S. Jeong, K. S. Kim & Y. K. Kwak.** *Development of the anthropomorphic robot with carbon fiber epoxy composite materials*. Composite Structures, 25(1), 313-324.1993.
- [Lia12] **S. Liang, P.B. Gning, L. Guillaumat,** *A comparative study of fatigue behaviour of flax/epoxy and glass/epoxy composites*, Composites Science and Technology, vol. 72, pp. 535-543 , 2012.
- [Li00] **Yan Li, Yiu-Wing Mai, Lin Ye,** *Sisal fibre and its composites: a review of recent developments*, Composites Science and Technology, Volume 60, Issue 11, Pages 2037-2055, 2000
- [Li08] **Y. Li, Q. Xu.** *Stiffness analysis for a 3-PUU parallel kinematic machine*. Mechanism and Machine Theory, vol. 43, Issue 2, February 2008.
- [Lin09] **Chyi-Yeu Lin, Fang-Ming Sheu,** *Adaptive volume constraint algorithm for stress limit-based topology optimization*, Computer-Aided Design, vol. 41, pp. 685-694, 2009.
-

- [Lirmm] <http://www.lirmm.fr>.
- [Lop12] **J.P. Lopez, F. Vilaseca, L. Barberà, R.J. Bayer, M.A. Pèlach, P. Mutjé**, *Processing and properties of biodegradable composites based on Mater-Bi® and hemp core fibres*. Resources, Conservation and Recycling, Volume 59, Pages 38-42, 2012.
- [Lu13] **Y. Lu, L. Chen, P. Wang, B. Zhang, Y.S. Zhao, B. Hu**. *Statics and stiffness analysis of a novel six-component force/torque sensor with 3-RPPS compliant parallel structure*. Mechanism and Machine Theory, Volume 62, Pages 99-111, 2013.
- [Luc07] **Paul Lucas, Guy Zanella**, *Mise en oeuvre des composites TP - Compounds à fibres courtes et longues*, Techniques de l'ingénieur, AM 5235 , 2007.
- [Lynxm] **Lynxmotion** <http://www.lynxmotion.com>
- [Mah08] **A.E. Mahi, M. Assarar, Y. Sefrani, J.M. Berthelot**, *Damping analysis of orthotropic composite materials and laminates*, Composites: Part B, vol. 39, 1069-1076, 2008.
- [Mah14] **R. Mahjoub, J.M. Yatim, A.R.M. Sam, M. Raftari**, *Characteristics of continuous unidirectional kenaf fiber reinforced epoxy composites*, Materials & Design, Volume 64, December 2014, Pages 640-649, 2014.
- [Man13] **M.R. Mansor, S.M. Sapuan, E.S. Zainudin, A.A. Nuraini, A. Hambali**. *Hybrid natural and glass fibers reinforced polymer composites material selection using Analytical Hierarchy Process for automotive brake lever design*. Materials and Design, vol. 51, pp. 484-492, 2013.
- [Mao11] **N. Le Maoût, E. Verron, J. Bégué**. *Simultaneous geometrical and material optimal design of hybrid elastomer/composite sandwich plates*. Composite Structures, Volume 93, Issue 3, Pages 1153-1157, February 2011.
- [Mat14] **C. Mattrand, A. Béakou, K. Charlet**, *Numerical modeling of the flax fiber morphology variability*, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Volume 63, Pages 10-20, August 2014.
- [Maj07] **F. Majou, C. Gosselin, P. Wenger, D. Chablat**. *Parametric stiffness analysis of the Orthoglide*. Mechanism and Machine Theory, Volume 42, Issue 3, Pages 296-311, 2007.
- [Mer06] **J. P. Merlet**, *Parallel robot*. Solid mechanics and its application, vol. 128, pp. 1-394, 2006.
- [Moh12] **I. Moharos, I. Oldal, A. Szekrenyes & A. Kovacs (Ed.)**. *Finite element methode*. Typotex Publishing House, 2012.

- 
- [Mon12] **M. Montemurro, Y. Koutsawa, S. Belouetta, A. Vincenti, P. Vannucci**, *Design of damping properties of hybrid laminates through a global optimisation strategy*, Composites structure, vol. 94, Pages 3309–3320, 2012.
- [Mon13] **O. Montagnier, Ch. Hochard**. *Optimisation of hybrid high-modulus/high-strength carbon fibre reinforced plastic composite drive shafts*. Materials & Design, Volume 46, Pages 88-100, ISSN 0261-3069, April 2013.
- [Mor90] **M. Moret**, *Roulements et butées à billes et à rouleaux*, Techniques de l'ingénieur, vol. B5370, 1990.
- [Moo13] **Julien Moothoo**, *Analyse de la faisabilité d'éco-conception de pièces composites à base de ressources renouvelables pour applications médicales*, thèse de doctorat, université d'Orléans, Orléans, France, 2013.
- [Mou02] **S. Petit Moussailly, V. Le Bacle, & R. Vincent**. *Les fibres de carbone et de graphite. Eléments pour une évaluation du risque*. Documents pour le médecin du travail, (92) 2002.
- [Nab05] **V. Nabat, de la M. O Rodriguez, O. Company, S. Krut, F. Pierrot**. *Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place*. Intelligent Robots and Systems, 2005. (IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International Conference, pp. 553-558, 2005.
- [Nec03] **A. Nechwatal, K.P. Mieck, T. Reubmann**, *Developments in the characterization of natural fibre properties and in the use of natural fibres for composites*. Composites Science and Technology, vol. 63, pp. 1273–1279, 2003.
- [Neh11] **S. Nehme, A. Hallal, F. Fardoun, R. Younes**. *Numerical/analytical methods to evaluate the mechanical behavior of interlock composites*. Journal of Composites materials, vol. 45, pp. 1699-1716, 2011.
- [Neg00] **Hani M. Negma, Karam Y. Maalawi**. *Structural design optimization of wind turbine towers*. Computers and Structures, vol. 74, pp. 649-666, 2000.
- [Nie11] **Jinsuo Nie and Xing Wei**. *On the Use of Material-Dependent Damping in ANSYS for Mode Superposition Transient Analysis*. ASME 2011 Pressure Vessels and Piping Conference. American Society of Mechanical Engineers, 2011.
- [Niu10] **Bin Niu, Niels Olhoff, Erik Lund, Gengdong Cheng**. *Discrete material optimization of vibrating laminated composite plates for minimum sound radiation*. International Journal of Solids and Structures, Volume 47, Issue 16, Pages 2097-2114, 1 August 2010.
- [Norel] **Norelem**, <http://www.norelem.fr>
-

- [Nte11] **Richard Ntenga, Alexis Beakou**, *Structure, morphology and mechanical properties of Rhectophyllum camerunense (RC) plant-fiber*, Computational Materials Science, vol. 50, pp. 1442–1449, 2011.
- [NTN06] **NTN**, <http://www.ntn-europe.com> , 2006.
- [NTU] **Nanyang Technological University**. 155.69.254.10
- [Oks03] **K. Oksman, M. Skrifvars, JF. Selin**, *Natural fibres as reinforcement in polylactic acid (PLA) composites*, Composite Science Technology, vol. 63, pp. 1317-1324, 2003.
- [Pan10] **Z. Pandilov & V. Dukovski**. *Survey of the dominant error types at parallel kinematics machine tools*. International Journal of Engineering, 8(1), 193-196, 2010.
- [Par77] **R.D. Parbery, B.L. Karihaloo**. *Minimum-weight design of hollow cylinders for given lower bounds on torsional and flexural rigidities*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 13, pp. 1271-1280, 1977.
- [Pax75] **E.B. Paxon Jr.**. *Real and imaginary parts of the complex viscoelastic modulus for boron fiber reinforced plastics*. The Journal of the Acoustical Society of America, Volume 57, Issue 4, pp.891-898, 1975.
- [Pei90] **A. Peijs, P. Catsman, LE. Govaert, PJ. Lemstra**. *Hybrid composites based on Polyethylene and carbon fibres. Part2: influence of composition and adhesion level of polyethylene fibers on mechanical properties*. Composites, 21(6), 513–521, 1990
- [Per75] **J.L. Perry, D.F. Adams**. *Charpy impact experiments on graphite/epoxy hybrid composites*. Composites, 6(4), 166–172, 1975.
- [Pie01] **F. Pierrot, F. Marquet, O. Company, and T. Gil**, *H4 parallel robot: modeling and preliminary experiment*. Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference. vol. 4, pp. 3256 – 3261, 2001.
- [Pin09 ] **C. Pinto, J. Corral, O. Altuzarra, A. Hernandez**, *A methodology for static stiffness mapping in lower mobility parallel manipulator with decoupled motions*. Robotica, vol. 28, pp. 719-735, 2009.
- [Pir86] **O. Pironneau**, *Optimal Shape Design for Elliptic Systems*, Springer Verlag, New York, 1986.
- [Phi82] **M.G. Phillips**. *On composition parameters for hybrid composite materials*. Composites, 13(1), 18–20, 1982
- [Pla06] **Vincent Placet**. *Conception et exploitation d'un dispositif expérimental innovant pour la caractérisation du comportement viscoélastique et de la*

- dégradation thermique du bois dans des conditions sévères*. Thèse de doctorat. Université Henri Poincaré, Nancy, 2006.
- [Rao03] **Mohan D Rao**, *Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes*, Journal of Sound and Vibration, Volume 262, Issue 3, 1 May 2003, Pages 457-474,
- [Ren10] **P.G. Ren, Z.P. Zhang, L. Xie, F. Ren, Y.L. Jin, Y.Y. Di et al.** *Hybrid effect on mechanical properties of M40-T300 carbon fiber reinforced Bisphenol A Dicyanateester composites*. Polym Compos, 31(12), 2129–37, 2010.
- [Riz06] **R. Rizk, J.C Fauroux, M. Munteanu, G. Gogu**, *A comparative stiffness analysis of a reconfigurable parallel machine with three or four degrees of mobility*, Journal of machine engineering, pp. 45-55, 2006.
- [Riz06-2] **Rani Rizk**, *Etude de la précision et de la rigidité des robots parallèles à mouvements découplés*, Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Aubière, France, 2006.
- [Rug12] **M. Ruggiu**. *Cartesian Stiffness Matrix Mapping of a Translational Parallel Mechanism with Elastic Joints*. Int. J. Adv. Robotic Sy, 195 (9), 1-8, 2012.
- [Ryd13] **Simon Rydberg**. *Prediction of vibrational amplitude in composite sandwich structures*. Master's thesis, Chalmers university of technology, Gothenburg, Sweden, 2013.
- [Ryu10] **D. Ryu, J.B. Song, C. Cho, S. Kang, M. Kim**. *Development of a six DOF haptic master for teleoperation of a mobile manipulator*. Mechatronics, vol. 20, Issue 2, March 2010.
- [Sat12] **T.P Sathishkumar, P. Navaneethakrishnan, S. Shankar**, *Tensile and flexural properties of snake grass natural fiber reinforced isophthallic polyester composites*, Composites Science and Technology, vol. 72, pp. 1183-1190, 2012.
- [Sar00] **C. Saravanan, N. Ganesan, V. Ramamurti**, *Vibration and damping analysis of multilayered fluid filled cylindrical shells with constrained viscoelastic damping using modal strain energy method*, Computers & Structures, Volume 75, Issue 4, Pages 395-417, 2000.
- [Sef06] **Youssef Sefrani, Jean-Marie Berthelot**, *Temperature effect on the damping properties of unidirectional glass fibre composites*, Composites: Part B, vol. 37, pp. 346-355, 2006.
- [Soo98] **P. Sooraksa, Guanrong Chen**, *Mathematical modeling and fuzzy control of a flexible-link robot arm*, Mathematical and Computer Modelling, Volume 27, Issue 6, Pages 73-93, March 1998.



- [Sor97] **U. Sorathia**, *Materials and fire threat*, Fire Technology, vol. 33, pp. 260-275, 1997.
- [Suh01] **Jung Do Suh, Seung Hwan Chang, Dai Gil Lee, Jin Kyung Choi, Bo Seon Park**, *Damping characteristics of composite hybrid spindle covers for high speed machine tools*, Journal of Materials Processing Technology, vol. 113, pp. 178-183, 2001.
- [Sum10] **J. Summerscales, N. P.J. Dissanayake, A.S. Virk, W. Hall**. *A review of bast fibres and their composites. Part 1 – Fibres as reinforcements*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Volume 41, Issue 10, Pages 1329-1335, 2010.
- [Sun87] **C.T. Sun, J.K. Wu, R.F. Gibson**. *Prediction of material damping of laminated polymer matrix composites*. Journal of materials science, vol. 22, no 3, p. 1006-1012, 1987
- [Suz03] **K. Suzuki, K. Kageyama, I. Kimpar, S. Hotta, T. Ozawa, S. Kabashim & T. Ozaki**. *Vibration and Damping Prediction of Laminates with Constrained Viscoelastic Layers--Numerical Analysis by a Multilayer Higher-Order-Deformable Finite Element and Experimental Observations*. Mechanics of advanced materials and structures, vol. 10, no 1, 43-75, 2003.
- [Swo14] **Yentl Swolfs, Larissa Gorbatiikh, Ignaas Verpoest**. *Fibre hybridisation in polymer composites: A review*. Composites: Part A, vol. 67, p. 181-200, 2014.
- [Tak11] **I Taketa**. *Analysis of failure mechanisms and hybrid effects in carbon fibre Reinforced thermoplastic composites*. PhD thesis. KU Leuven, Leuven, 2011.
- [Tan97] **P. Tan, L. Tong, G. P. Steven**. *A three-dimensional modelling technique for predicting the linear elastic property of opened-packing woven fabric unit cells*. Composite Structures, Vol. 48, pp. 261-271, 1997.
- [Tan98] **P. Tan, L. Tong, G. P. Steven**. *Modeling Approaches for 3D orthogonal woven composites*, Journal of Reinforced plastics and composites, vol. 17, pp. 545-577, 1998.
- [Tan00] **P. Tan, L. Tong, G. P. Steven**. *Behaviour of 3D orthogonal woven CFGP composite. Part II: FEA and analytical modeling approaches*, Composites: Part A, vol. 31, pp. 273-281, 2000.
- [Thu97] **H.G.S.J. Thuis, C. Biemans**. *Design, fabrication and testing of a composite bracket for aerospace applications*. Composite structures, 38(1), 91-98, 1997.
- [Tsa08] **Jia-Lin Tsai, Yang-Kai Chi**, *Effect of fiber array on damping behaviors of fiber composites*, Composites: Part B, Vol. 39, pp. 1196-1204, 2008.

- 
- [Tom13] **Masayoshi Tomizuka**. *Control methodologies for manufacturing applications*, Manufacturing Letters, vol. 1, 46-48, 2013.
- [Tou11] **Lotfi Toubal et Gilbert Lebrun**, *A Novel method of manufacture of natural fibers composites: Contribution of a paper layer to minimize the disparity in mechanical properties*, Comptes Rendus des JNC 17, Poitiers, 2011.
- [Ung62] **Eric E. Ungar, Edward M. Kerwin**, *Loss factors of viscoelastic systems in terms of energy concepts*, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 34, pp. 954-957, 1962.
- [Vem05] **Kumar Vemaganti ,W. Eric Lawrence**, *Parallel methods for optimality criteria-based topology optimization*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 194, pp. 3637–3667, 2005.
- [Ven11] **Georges Venizelos**, *Vibrations des structures: Mesures, analyse modale, modélisation*, Ellipses Marketing, 2011
- [Viv05] **Andrés Vivas, Philippe Poignet**, *Predictive functional control of a parallel robot*, Control engineering practice 13, pp. 863-874, 2005.
- [Wan03] **S.C. Wang, H. Hikita, H. kubo, Y.S. Zhao, Z. Huang, T. Ifukube**, *Kinematics and dynamics of a 6 degree-of-freedom fully parallel manipulator with elastic joints*, Mechanism and Machine Theory, vol. 38, pp. 439-461, 2003.
- [Wan13] **P.W. Wang, W.W. Zhong, J.F. Hsu**, *Investigation of multi-layer sandwich beams through single degree-of-freedom transformation*, Apllied Acoustic, vol. 74, 521-525, 2013.
- [Wan13-2] **D. Wang, R. Fan, W. Chen**. *Stiffness analysis of a hexaglide parallel loading mechanism*. Mechanism and Machine Theory, vol. 70, pp. 454-473, 2013.
- [Wie99] **B. Wielage, T.H. Lampke, G. Marx, K. Nestler, D. Starke**. *Thermogravimetric and differential scanning calorimetric analysis of natural fibres and polypropylene*. Thermochim Acta, 337 (1–2), pp. 169–177, 1999.
- [Woo08] **R. J. Wood, S. Avadhanula, R. Sahai, E. Steltz and R. S. Fearing**, *Microrobot design using fiber reinforced composite*, Journal of Mechanical Design , vol. 130, 2008.
- [WOW] **WOW Technology**, <http://www.wowtechnology.com>
- [Wu09] **J. Wu, J. Wang, L. Wang, T. Li, Z. You**. *Study on the stiffness of a 5-DOF hybrid machine tool with actuation redundancy*. Mechanism and Machine Theory, vol. 44, pp. 289-305, 2009.
- [Yan86] **J.M. Yang, C.L. Ma, T.W. Chou**. *Nonlinear behaviour of woven fabric composites*. Journal of Composites Materials, vol. 17 , pp. 399-413, 1984.
-



- [Yan03] **G. Yang, I. M. Chen, W. Chen, S. H. Yeo.** *Design and analysis of a 3-RPRS modular parallel manipulator for rapid deployment.* Advanced Intelligent Mechatronics, 2003.
- [You07] **R. Younes.** *Approches et démarches pour l'optimisation en mécanique non linéaire.* Habilitation à Diriger les Recherches de l'Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines. 2007
- [You12] **Rafic Younes, Ali Hallal, Farouk Fardoun and Fadi Hajj Chehade.** *Comparative Review Study on Elastic Properties Modeling for Unidirectional Composite Materials.* Composites and Their Properties, pp. 391-408, 2012.
- [Zan13] **Guy Zanella, Paul Lucas.** 2012 *Mise en oeuvre des composites TP - Compounds à fibres continues,* Techniques de l'ingénieur, N5236, 2012.
- [Zha01] **P.Q. Zhang, J.H. Ruan, W.Z. Li,** *Influence of some factors on the damping property of fiber-reinforced epoxy composites at low temperature,* Cryogenics, pp. 245-251, 2001
- [Zha04] **D. Zhang, F. Xi, C. M. Mechefske, S.Y.T. Lang.** *Analysis of parallel kinematic machine with kinetostatic modelling method.* Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Volume 20, Issue 2, Pages 151-165, April 2004.
- [Zha06] **Shao Hui Zhang, Hua Ling Chen,** *A study on the damping characteristics of laminated composites with integral viscoelastic layers,* Composites Structures, vol 74, 63-69, 2006.